

ÖSTERREICHISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN
MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE KLASSE
DENKSCHRIFTEN, 116. BAND, 7. ABHANDLUNG

FRIEDRICH KATSCHER

Einige Entdeckungen über die Geschichte der Zahl Pi
sowie Leben und Werk von

CHRISTOFFER DYBVAD
und
LUDOLPH VAN CEULEN

WIEN 1979

IN KOMMISSION BEI SPRINGER-VERLAG, WIEN/NEW YORK

DRUCK: ERNST BECVAR, A-1150 WIEN

INHALTSVERZEICHNIS

1 A. Abstract	85
1 B. Résumé	85
1 C. Zusammenfassung	86
2. Das Buch DYBVADS	88
3. Die Textstelle	89
4. Leben und Werk DYBVADS	93
5. Das Leben VAN CEULENS	97
6. Die Werke VAN CEULENS	106
1. Kleinere Schriften	106
2. VAN DEN CIRCKEL	111
3. Posthume Werke	118
7. Die Leistungen VAN CEULENS	121
1. Die Gleichung 45. Grades	122
2. Die verlorengegangene Algebra	125
Zeittafel der Werte von π	129
Namensregister	130

1 A. ABSTRACT

In several histories of mathematics it is stated that the German-Dutch mathematician LUDOLPH VAN CEULEN (1540—1610) made known the circle-number we call π today with 20 decimals in the year 1596, whereas further decimals calculated by him were published in print only after his death which occurred in 1610: π with 32 decimals in 1615 and with 35 in 1621; the same number of decimals was engraved on his lost tombstone. In this paper it is shown that 31 decimals calculated by LUDOLPH VAN CEULEN were printed already in 1603 though not in one of his own works but in a book by another author, an elaboration of EUCLID's *Elements* in Latin by the Danish mathematician Dr. med. CHRISTOPHORUS DIBUADIUS or CHRISTOFFER DYBVAD (1577?—1622) published in Leyden where DYBVAD and VAN CEULEN lived at that time. The relevant text shown in facsimile is translated from Latin into German, and life and work of DYBVAD and VAN CEULEN are described. Thereby it is shown that VAN CEULEN was in no way only an unflagging reckoner but quite an outstanding mathematician. For the first time also a detailed account of the history of the equation of the 45th degree is given by means of the original quotations. New details about the life of VAN CEULEN found in the archives are communicated.

1 B. RÉSUMÉ

Plusieurs histoires des mathématiques soutiennent que le mathématicien allemand-hollandais LUDOLPH VAN CEULEN (1540—1610) rendait public le nombre circulaire nommé π aujourd'hui avec 20 décimales en 1596 tandis que des décimales ultérieures calculées par lui furent imprimées seulement après sa mort, arrivée en 1610: π avec 32 décimales en 1615 et avec 35 en 1621; le même nombre de décimales fut gravé sur sa pierre tumulaire perdue. Dans cet ouvrage on montre que 31 décimales calculées par LUDOLPH VAN CEULEN furent imprimées déjà en 1603, cependant pas dans un ouvrage de lui mais dans un livre d'un autre auteur, une élaboration des *Eléments* d'EUCLIDE en latin par le mathématicien danois Dr. med. CHRISTOPHORUS DIBUADIUS ou CHRISTOFFER DYBVAD (1577?—1622) publiée à Leyde où DYBVAD et VAN CEULEN vivaient à cette époque. Le texte en question reproduit en fac-similé est traduit du latin en allemand, et la vie et l'oeuvre de DYBVAD et VAN CEULEN sont décrites. À ce propos on montre que LUDOLPH VAN CEULEN n'était pas du tout seulement un calculateur persévérant mais absolument un mathématicien remarquable. Pour la première fois aussi l'histoire de l'équation du 45ème degré est exposée en détail au moyen des citations originales. De nouveaux détails sur la vie de VAN CEULEN trouvés dans les archives sont communiqués.

Hinweis

Runde Klammern in Zitaten stehen auch im Original. Spitze Klammern $\langle \rangle$ sind erläuternde Hinzufügungen.

5. DAS LEBEN VAN CEULENS

Hier mögen auch etwas ausführlichere biographische und bibliographische Angaben über LUDOLPH (oder LUDOLF oder LUDOLFF) GERRYTSZ. oder GERRITS (Sohn des GERRIT, holländische Form von GERHARD oder GERT) VAN CEULEN²⁵⁾ (auch VAN COLEN oder VAN COLLEN — er und seine Frau verwendeten alle diese Formen selbst²⁶⁾) gegeben werden, umsomehr als viele Details nur auf holländisch vorliegen und daher außerhalb des niederländischen Sprachraums weitgehend unbekannt sind²⁷⁾.

Der Verfasser dieser Arbeit hat (im Juli 1979) selbst die Gemeindefrchive (Gemeentelijken Archiefdiensten) in Delft (Oude Delft 169) und Leiden (Boisotkade 2) besucht und Einsicht in eine Anzahl Originaldokumente aus den Jahren 1580 bis 1628 genommen, so daß er einige Fehler, die bisher ein Autor vom anderen abschrieb, berichtigen und neue Erkenntnisse mitteilen kann. (Der Verfasser dankt den Archivaren, insbesondere Herrn JOHANNES G. P. C. VAN TIGGELEN in Delft, für ihre freundliche Hilfsbereitschaft, vor allem beim Entziffern der schwieriger zu lesenden Handschriften.)

Die früheste Quelle ist das 15 Jahre nach VAN CEULENS Tod, aber noch zu Lebzeiten von dessen Witwe in Leiden erschienene Buch *Athenae Batavae* von IOANNES MEURSIUS, dessen Angaben wahrscheinlich mit einigen Ausnahmen richtig sind. Dort heißt es unter dem Titel LUDOLPHUS A CEULEN (Seite 344):

²⁵⁾ Obwohl in mehreren Texten, in denen die Verwendung des Vornamens üblich war, oft nur von „LUDOLPH“ die Rede ist, ist „VAN CEULEN“ (VON KÖLN) keineswegs nur ein Zusatz zur Abgrenzung von anderen mit dem gleichen Namen wie etwa JOHANNES VON SEVILLA, sondern wurde schon zu seinen Lebzeiten durchaus als Familienname empfunden. Daher ist er in einem Register nicht unter „LUDOLPH“, sondern unter „VAN CEULEN“ oder unter „CEULEN“ einzutragen.

²⁶⁾ Wir haben die Schreibweise genommen, die er in seinem zu seinen Lebzeiten erschienenen Hauptwerk *Van den Circkel* auf dem Titelblatt und in der Widmung verwendet.

²⁷⁾ Die Angaben und Daten sind hauptsächlich entnommen aus: IOANNES MEURSIUS (1579–1639) *Athenae Batavae. Sive, de Urbe Leidensi, & Academia, Virisque claris* (Das holländische Athen. Oder, Über die Stadt und Universität und die berühmten Männer von Leiden, Leiden 1625, Seiten 344–345).

D. (DAVID) BIERENS DE HAAN (1822–1895, Professor in Leiden), *Bouwstoffen voor de Geschiedenis der Wis- en Natuurkundige Wetenschappen in de Nederlanden. VIII. LUDOLPH VAN CEULEN. Verslagen en Mededeelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen. Afdeling Natuurkunde. Tweede Reeks. Negende Deel. (Baustoffe — oder Materialien — für die Geschichte der mathematischen und physikalischen Wissenschaften in den Niederlanden. Berichte und Mitteilungen der Königlichen Akademie der Wissenschaften. Abteilung Physik. Zweite Reihe. Neunter Teil, Amsterdam 1876, Seiten 322–369.)* Im gleichen Band auch VII. SIMON VAN DER EYCKE (Seiten 90–112).

Im Twaalfde Deel (zwölften Teil, Amsterdam 1878) XIV. JOSEPHUS SCALIGER J. C. *Fil. als cirkel-quadrator* (J. C. Fil. heißt JULIUS CAESAR FILIUS, also Sohn des JULIUS CAESAR SCALIGER, Seiten 62–69), XV. ADRIAAN VAN ROOMEN (Seiten 97–108), XVII. *Twee brieven van LUDOLPH VAN CEULEN* (Zwei Briefe von LUDOLPH VAN CEULEN, Seiten 118–126).

D. BIERENS DE HAAN: *Notice sur quelques Quadratores du Cercle dans les Pays-Bas* (Kurzer Bericht über einige Kreisquadratoren in den Niederlanden) in *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche* (BONCOMPAGNI, VII, Rom 1874, Seiten 99–140. Stimmt zum Teil mit den *Bouwstoffen* überein. Über VAN CEULEN insbesondere die Seiten 105–118.) Anschließend daran *Intorno ad una Iscrizione sulla Tomba di LUDOLF VAN CEULEN* (Über eine Inschrift auf dem Grab von LUDOLF VAN CEULEN, Seiten 141–144), ein Brief von EUGÈNE CHARLES CATALAN (1814–1894).

Im BONCOMPAGNI-Bullettino I (Rom 1868, Seiten 141–156) auch eine wenig ergiebige, mit Fehlern behaftete *Notice sur LUDOLPHE VAN COLEN* von G. A. VORSTERMAN VAN OIJEN.

LUDOLPHUS VAN CEULEN wurde im Jahre 1539 in Hildesheim in Sachsen (richtig: Niedersachsen) geboren, welche Stadt drei Meilen (in Wirklichkeit viel weiter: mehr als 40 Kilometer) von Braunschweig entfernt ist, von dem Vater GERARDUS VON CEULEN, einem Kaufmann, und der Mutter HESTERA DE ROODE, die dort von angesehenen Familien abstammten. Nachdem sein Vater bereits gestorben war, ging er nach Lyf-land und nahm es gern hin, der Familie der Herzogin dieses Gebietes zugezählt zu werden. Hierauf begab er sich zu seinem Bruder GERARDUS VAN CEULEN nach Antwerpen. Von hier ging er nach Delft in Holland und betrieb emsig Geometrie und Arithmetik, welche (Wissenschaften) er dort privat lehrte. Und er heiratete eine von dort stammende Frau, und nachdem diese gestorben war, nahm er ebendort eine zweite, und bekam von beiden Gattinnen zwölf Kinder. Von hier übersiedelte er nach Leiden und er lehrte hier privat und mit großem Nutzen die gleichen Wissenschaften, die er vorher in Delft unterrichtet hatte. Als es ihm hierauf nützlich dünkte, lehrte er öffentlich diejenigen Wissenschaften, die den Festungsbau oder die Konstruktion und das Zeichnen von Bollwerken betreffen. Er selbst wurde im Jahre 1599 von den Herren Kuratoren (der Universität) und Bürgermeistern (der Stadt Leiden; es gab mehrere) in dieses Fach berufen, gewissermaßen als erster, und ihm wurde als Amtskollege der angesehenere Mann SIMON FRANCISCI (Sohn des FRANZ) VAN MERWEN beigegeben. Diese Funktion übte er gewissenhaft und mit Lob volle elf Jahre aus. Und schließlich starb er im Jahre 1610 am letzten Dezember, nachdem er lange Zeit von einer chronischen und schleichenden Krankheit schwer heimgesucht worden war. Von ihm in holländischer Volkssprache geschrieben, von ihm selbst oder nach seinem Tode veröffentlicht, gibt es diese (Werke): . . . (Die Titel auf lateinisch übersetzt).

Nach einer brieflichen Mitteilung von Archivinspektor MARTIN HARTMANN vom Stadtarchiv der Stadt Hildesheim vom 19. Juli 1979 an den Verfasser (mit gleichzeitiger Zusendung einer Photokopie des betreffenden Blattes) ist im Schoßregister der Altstadt (Bestand 50) von 1539 (Schoß ist eine frühere Bezeichnung für Steuer oder Abgabe) ein GERT VON COLLEN eingetragen. In einer Liste von 42 Bürgern, neben denen jeweils der Betrag von 1 Pfund Vermögenssteuer steht, findet sich ein Jahr vor LUDOLPH VAN CEULENS Geburt auf Folio 14 recto an 29. Stelle dieser Name, der ganz offensichtlich der seines Vaters war²⁸). Damit erweisen sich alle späteren künstlichen Theorien über die Herkunft des Namens — der deutsche Name ACKERMANN soll zu COLONUS latinisiert worden sein, woraus dann die anderen Namensformen entstanden — als völlig falsch. (Diese Theorie war schon deshalb absurd, weil sie die Herkunft des VAN nicht erklären konnte.)

Laut Auskunft des Kölner Stadtarchivs ist „Collen“ eine der früheren Formen des Namens der Stadt Köln. Auf holländisch heißt Köln Keulen (heutige Schreibweise mit K). LUDOLPH VON COLLEN hat in den Niederlanden seinen Namen also entweder beibehalten

H. (HENRI) BOSMANS, S. J. (1853—1928, Professor in Brüssel) *Un Émule de Viète: LUDOLPHE VAN CEULEN. Analyse de son „Traité du Cercle“* (Ein Rivale von VIÈTE: LUDOLPH VAN CEULEN. Analyse seiner „Abhandlung über den Kreis“) in *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles*, Trente-quatrième (34.) Année (1910, Premier Fascicule, Seconde Partie, Mémoires, Seiten 88—139). BOSMANS scheint der einzige Mathematikhistoriker gewesen zu sein, der vor dem Autor der vorliegenden Arbeit VAN CEULENS *Van den Circkel* mathematisch analysierte. Seine Zitate sind nicht immer zuverlässig.

H. BOSMANS, S. J.: LUDOLPHE VAN CEULEN (1540—1610) in *Mathesis* (Gent, 39, 1925, Seiten 352—360).

CEULEN (LUDOLPH VAN) in *Nieuw Nederlandsch Biografisch Woordenboek* (Leiden 1927, VII, Spalten 291—295, mit ausführlichen Literaturangaben).

²⁸⁾ In den *Resolutien van de Heeren Ridderchap, Edelen ende Steden van Hollandt* (Entschließungen der Herren Ritterschaft, Adeligen und Städte Hollands, 1596, gedruckte Fassung Seite 521) wird unter dem Datum 28. November 1596 dem Mr. LUDOLF JANSZ. (JANSZON, Sohn des JAN oder JOHANN oder HANS) für die Zueignung seines Buches *Van den Circkel* eine Geldsumme von 125 Pfund bewilligt. Am Rand steht nochmals Mr. LUDOLF JANSZ. Richtigerweise sollte es, wie sich aus zwei Heiratsregistern von 1590 ergibt, LUDOLF GERRITSZ. heißen. Offenbar ist hier irgendwo ein Irrtum geschehen.

— nur das VON zu VAN verändert (VAN COLLEN) —, ein L ausgelassen (VAN COLEN) oder COLLEN auf holländisch übersetzt (VAN CEULEN).

Das Geburtsjahr, das MEURSIUS angibt, 1539, ist falsch, weil VAN CEULEN nach der Aufschrift auf seinem Grabstein am 28. Jänner 1540 in Hildesheim geboren wurde; aus dem Grabstein ergibt sich auch, daß VAN CEULEN, wie MEURSIUS richtig schreibt, am 31. Dezember 1610, fast 71 Jahre alt, in Leiden gestorben ist.

Im *Begraafboek* (Begräbnisbuch) 1609—1627 (Folio LII recto) steht:

St. Pieters, den 2 Januarij 1611

1 Mr. (Meester, Meister) LUDOLFF im Bagijnhoff (das war seine Anschrift) . . .

Das heißt, er wurde an diesem Tag in der gotischen Sint-Pieters-Kerk (St.-Peters-Kirche) begraben.

Weitere Hinweise auf das Begräbnis finden sich in den *Blaffaarden van de Hoofd-Kerken d'A°. 1609 tot 1619* (Register der Hauptkirchen der Jahre 1609 bis 1619) im Abschnitt *Register Ofte Blaffaert vanden Ontfang Ende wtgeef Der Kerckmeesteren van de drie Hooft Kercken Binnen Leyden Beginnende prima Ianwary anno XVI°XI . . .* (Register oder offizielle Liste von Einnahmen und Ausgaben der Kirchenherren der drei Hauptkirchen innerhalb von Leiden beginnend am 1. Jänner 1611).

Folio II recto:

3. Jänner

Empfangen für Öffnen des Grabes von Mr. LUDOLFF 3 (Gulden).

Folio XIII recto:

Einnahmen vom Kauf von Gräbern.

Als erstes am 3. Jänner. Empfangen von einem verkauften Grab oder kleinen Keller (Gruff) von den Erben von Mr. LUDOLFF 60 (Gulden).

Folio XVII recto:

Einnahmen vom Läuten der Glocken.

Empfangen für einmaliges Läuten für Mr. LUDOLFF Sint Pieters 5 (Gulden).

Das Innere der Pieterskerk wurde bis 1829 als Begräbnisstätte verwendet und beherbergte im Jahr 1663 insgesamt 963 Gräber. Die meisten waren mit waagrecht liegenden rechteckigen Grabsteinen (Grabplatten) zugedeckt, auf denen man gehen konnte. Auf Wunsch VAN CEULENS waren auf seiner Grabplatte neben Beruf und Geburts- und Sterbedatum nach dem Beispiel von ARCHIMEDES²⁹⁾ auch die von ihm gefundenen 35 Dezimal-

²⁹⁾ PLUTARCH (46?—125?) berichtet in *Marcellus*, 17. Absatz (PLUTARCH: *Große Griechen und Römer*, eingeleitet und übersetzt von KONRAT ZIEGLER, Zürich—Stuttgart 1955, Seite 322):

Nachdem er (ARCHIMEDES) viele schöne Entdeckungen gemacht hatte, soll er seine Freunde und Verwandten gebeten haben, ihm nach seinem Tode auf sein Grab den die Kugel einschließenden Zylinder zu setzen und darauf die Formel über das Verhältnis des umschließenden zu dem umschlossenen Körper zu schreiben.

MARCUS TULLIUS CICERO (106—43 vor Christus), der im Jahr 75 vor Christus Quästor war und Syrakus besuchte, berichtet in seinen *Gesprächen in Tusculum* (lateinisch-deutsch neu herausgegeben von OLOF GIGON, München 1970, Seiten 364—367) im Fünften Buch, 64. Absatz:

Als ich Quästor war, habe ich sein (ARCHIMEDES') Grab, das die Syrakusaner nicht kannten und behaupteten, es existiere überhaupt nicht, gefunden, dicht umgeben und verhüllt von Büschen und Sträuchern. Ich kannte nämlich einige kleine Lämber, die auf seinem Grab, wie ich erfahren hatte, geschrieben standen und besagten, daß auf der Spitze des Grabes sich eine Kugel und ein Zylinder befänden. Nachdem ich nun mit den Augen alles gemustert hatte (bei dem Agrigentischen Tore gibt es nämlich eine ganze Masse von Gräbern), da bemerkte ich eine kleine Säule, die nicht sehr aus dem Gebüsch herausragte. Und da fand sich die Gestalt der Kugel und des Zylinders.

ARCHIMEDES hatte gefunden, daß das Verhältnis der Rauminhalte und der Oberflächen einer Kugel und eines sie umschreibenden Zylinders in beiden Fällen 2 zu 3 beträgt. (*Von der Kugel und dem Zylinder*, I, Einleitung und Sätze 33 und 34.)

stellen von π eingraviert. Der Verfasser dieser Arbeit suchte (wie andere Mathematikhistoriker vor ihm) bei einem Aufenthalt in Leiden im Jahr 1963 vergeblich die Grabplatte VAN CEULENS — allerdings war damals ein Teil des Kirchenbodens unter einem Holzaufbau verborgen.

Inzwischen steht leider eindeutig fest, daß die Grabplatte nicht mehr existiert³⁰). Bei einer vollständigen Renovierung der Kirche im Jahre 1979 wurden alle Grabplatten abgehoben und vor der Wiedereinsetzung im Freien auf dem Platz um die Kirche (Pieterskerkhof) deponiert. Der Leidener Mathematiklehrer ROBERT M. TH. E. OOMES, der sich seit vielen Jahren mit LUDOLPH VAN CEULEN beschäftigt hatte, hat jede einzelne ausgebaute Grabplatte auf der Ober- und Unterseite genau angesehen und dem Verfasser mündlich mitgeteilt, daß nirgendwo die Aufschrift zu finden war, die — aus dem holländischen Original ins Lateinische übersetzt — in dem Buch *Les Delices de Leide, Une des célèbres Villes de l'Europe* (Die Köstlichkeiten Leidens, eine der berühmten Städte Europas), herausgegeben von PIERRE VANDER AA (Leiden 1712), auf Seite 67 abgedruckt ist³¹).

Im *3e Grafboek* vom Archief van Nederlands Hervormde Kerkvoogdij (Archiv der niederländischen reformierten Kirchenverwaltung) steht auf Folio LXXVIII recto:

Mittelkirche

N° 106. Den offenen Keller der Kirche hat ADRIANA SYMONS DR. (Abkürzung für SYMONSDOCHTER, Tochter des SYMON), Witwe von seligen Angedenken Mr. LUDOLFF, am 31. Dezember 1610 (also an seinem Todestag) gekauft.

OOMES fand eine Grabplatte Nr. 106 in der Mittelkirche — nach der Form der Ziffern aus dem 18. Jahrhundert stammend — und konnte feststellen, daß diese Grabplatte im Jahr 1860 nicht verschoben worden war. VAN CEULEN hatte am 11. November 1602 das Grab Hochchor Nr. 6 in der Pieterskirche gekauft. Laut dem *1e Grafboek* (verso der Titelseite) lag es neben einer Säule.

Am 31. Dezember 1610, also am Todestag VAN CEULENS, hat seine Witwe gleichzeitig mit dem Kauf von Grab Nr. 106 das Grab Nr. 6 jedoch zurückgegeben. Im *3e Grafboek* steht auf Folio CXVIII recto:

N° 6. Behoort toe Mr. LUDOLFF. Es by de weduwe overgeseth in mangeling aen de kerck den 31 Decembris 1610. (Nr. 6. Gehört Meister LUDOLFF, ist von der Witwe der Kirche im Tausch überlassen am 31. Dezember 1610. Persönliche Mitteilung von ROBERT OOMES.)

Damit ist die in *The Mathematical Gazette* (W. HOPE-JONES—C. DE JONG, Vol. XXII, London 1938, Seiten 281—282) aufgestellte Theorie, daß die Grabplatte VAN CEULENS — Nr. 6 im Hochchor — zerschnitten und ein Teil davon in eine Säule eingepaßt wurde, hinfällig.

Daß sich das Grab VAN CEULENS nicht im Hochchor, sondern in der Mittelkirche, im Mittelschiff befand, ergibt sich auch aus einer Stelle in I. I. (JAN JANSZON) ORLERS' (ungefähr 1580—1646) *Beschrijvinge der Stadt Leyden* (Beschreibung der Stadt Leiden, Leiden 1641), wo auf Seite 188 über VAN COLEN steht:

... ist gestorben am letzten Dezember 1610 ungefähr 71 Jahre alt und liegt begraben in der S. Pieters Kercke vor der großen Orgel.

³⁰) Der französische Wissenschafts- und Unterrichtspolitiker JOSEPH LAKANAL (1762—1845) hat die Grabinschrift noch gesehen, wie sich aus dem Brief CATALANS (Anmerkung 27) ergibt. Bei einem Umbau der Pieterskirche im 18. Jahrhundert wurden 29 Grabsteine entfernt, unter denen sich auch der VAN CEULENS befunden haben kann. Im Jahr 1860 bis Anfang 1861 wurden laut ROBERT OOMES weitere, sehr umfangreiche Veränderungen in der Kirche durchgeführt.

³¹) Nachgedruckt in den *Bouwstoffen* der Anmerkung 27, 1876, Seite 323 und in BOSMANS, *Mathesis* von Anmerkung 27, Seite 360.

Die große Orgel ist aber im westlichsten Teil des Mittelschiffs und nicht im Hochchor, der im Osten der Kirche liegt. Die Grabplatte, die zuletzt auf Grab Nr. 106 lag, trug keine Aufschrift außer der Nummer und war sonst völlig glatt.

Ob VAN CEULEN tatsächlich in Livland weilte, ist zweifelhaft³²). Nach Angaben in seinen Büchern befand er sich jedoch 1569 in Köln. (*Van den Circkel*, Ausgabe 1596: 7. nicht-numerierete Seite: „Aende Konst-lievende Lesers“; Ausgabe 1615: Folio 1 verso).

Der von MEURSIUS angegebene spätere Aufenthalt VAN CEULENS in Antwerpen dürfte wahrscheinlich stimmen. (Eine Suche in den dortigen Archiven wäre notwendig.) In den *Fondamenten* (Seite 212) spricht VAN CEULEN von

... meinem Meister (gemeint ist wohl: Lehrmeister) IOHAN POWWELSZ. (einem rechten Liebhaber der (mathematischen) Kunst und wohlerfahren in dieser) ...

Möglicherweise wurde VAN CEULEN von POWWELSZ. in Antwerpen unterrichtet. Vielleicht lernte er dort auch BARTOLOMEUS CLOOT kennen, einen in Antwerpen geborenen Buchhaltungsfachmann, der später in Delft Französisch-Schulmeister und von 1581 an Notar war und dort auch eine Buchhaltungsanleitung in holländischer Sprache verfaßte (gedruckt Antwerpen 1582). CLOOT wird am 28. Februar 1574 zum ersten Mal in Delft erwähnt, als er Mitglied der dortigen reformierten Kirchengemeinde wurde.

Anfang November 1576 wurde Antwerpen (1568 eine Stadt von 125000 Einwohnern), damals größter Handelsplatz der Erde und reichste Stadt Europas, von weniger als 4000 Mann einer meuternden, entfesselten spanischen Soldateska („spanische Furie“) vier Tage lang ausgeplündert und verheert. Mehr als 6000 Menschen wurden unter fürchterlichen Greueln und Martern erstochen, geköpft, erwürgt, erhängt, ertränkt oder verbrannt. Mehr als 800 Häuser, die vorher das wohlhabendste Viertel der Stadt gebildet hatten, wurden angezündet und in Schutt und Asche gelegt. Der Wohlstand der Bürger war vernichtet. Falls LUDOLPH VAN CEULEN nicht schon vorher Antwerpen verlassen hatte — vielleicht wegen der 1567 eingesetzten blutigen Ketzergerichte PHILIPPS II. von Spanien, denen sich Tausende (wahrscheinlich auch CLOOT) durch Flucht in die nördlichen Provinzen (die heutigen Niederlande), nach Deutschland oder nach England entzogen —, könnte dies ein Anlaß für ihn gewesen sein, der Hafenstadt an der Scheldemündung den Rücken zu kehren und anderswo sein Glück zu versuchen. Ob er direkt nach Delft ging oder sich vorher einige Zeit in anderen holländischen Städten aufhielt, ist noch ungeklärt.

Die leichtfertige Annahme von BIERENS DE HAAN (*Bouwstoffen*, VIII, Seite 324), daß LUDOLPH VAN CEULEN 1584 in Amsterdam wohnte, nur weil ein in diesem Jahr von ihm veröffentlichtes Büchlein (*Solutie ende Werckinge* ...) in Amsterdam gedruckt wurde, ist schon deshalb falsch, weil die Schrift mit „LUDOLPH VAN COLBN/zu Delft“ unterzeichnet ist. Tatsächlich wohnte er schon seit mindestens 1578 in Delft. Im Mai 1594 nahm er dann seinen Wohnsitz in Leiden.

In den *Dooptonities* (Taufaufzeichnungen) im Delfter Archiv steht unter dem Datum 4. Mai 1578:

Ein Kind MARIKEN von Mr. LUDOLF VAN CUELEN (sic) und MARIKEN JANSEN getauft. Taufzeugen Mr. BARTOLOMEUS CLOOT, ... (Persönliche Mitteilung von ROBERT OOMES.)

³²) Der von MEURSIUS behauptete Aufenthalt VAN CEULENS in Livland (an der baltischen Küste der Ostsee) ist nicht sehr wahrscheinlich, da der letzte Deutschordensmeister in Livland und erste Herzog von Kurland GOTTHARD KETTLER (1517–1587) erst 1567 die Tochter von Herzog ALBRECHT VII. VON MECKLENBURG, ANNA, heiratete (so daß es erst dann eine Herzogin gab), aber nur bis 1566 Statthalter in der seit 1561 polnischen Provinz Livland war. Außerdem war Livland 1558 von tatarischen Söldnerheeren des Zaren IWAN VII. des „Schrecklichen“ arg verwüstet und seine Bevölkerung dezimiert worden, so daß es sicherlich für längere Zeit kein sehr einladendes Gebiet war. Was sollte VAN CEULEN dort, etwa tausend Kilometer von Hildesheim entfernt, suchen? Allerdings sprach in Livland eine breite Bevölkerungsschicht deutsch.

Die erste Frau VAN CEULENS hieß also MARIKEN JANSEN oder MARITGEN JANSDR. (JANS-DOCHTER).

Im *Resolutieboek* der Stadtväter von Delft von 1580 steht auf Folio 166 recto unter dem Datum 13. Mai 1580:

Auf die Bittschrift an den Gemeinderat (vroetschappe) präsentiert durch Mr. LUDOLFF VAN COELEN (sic), Fechtmeister dieser Stadt, wird beschlossen, daß man dem Bittsteller gewähren soll, die Kercke van Sinte Aechten Convente (Kirche des — 1572 aufgelösten — Klosters der heiligen Agatha) als Fechtplatz zu verwenden und anstelle der ersuchten Akzisierungsfreiheit (Freistellung von der Verbrauchssteuer) und Unterbringung wird dem Bittsteller anstelle dessen von der Stadt eine jährliche Pension von fünfundzwanzig Gulden im Jahr mit Wirkung von diesem Datum an zugesprochen und das alles bis auf Widerruf des Gemeinderates.

Die Kapelle des St.-Agatha-Klosters existiert noch heute in Delft. Der größere, zur Straße Oude Delft (Nr. 185) hin liegende Teil bildet die wallonische Kirche (Waalse Kerk). Der Teil hinter der Orgel gehört zum Prinsenhof (Fürstenhof), der jetzt das historische Museum der Stadt beherbergt. (Eingang am St. Agathaplein; Plein, holländisch, Platz.)

In der *Thesauriersrekening* oder *Tresorier Rekeninge* (Schatzmeisterrechnung) der folgenden Jahre bis zum (unvollständigen) Band 1592/93 findet man unter den Ausgaben am Jahresanfang stets den fast gleichlautenden Text:

Mr. LUDOLFF VAN COLEN, Fechtmeister dieser Stadt, ist von den Bürgermeistern anstelle der ersuchten Akzisierungsfreiheit und Unterbringung jährlich fünfundzwanzig Gulden zugesprochen und dies bis auf Widerruf gemäß Resolution der Vroetschap, gegeben am letzten April 1580. Kommt hier für ein Jahr Gehalt, zahlbar während dieser Rechnung. (Am Rand:) XXV guld.

VAN CEULENS Frau MARIKEN starb und hinterließ ihm fünf Kinder. Auch BARTOLOMEUS CLOOT starb und hinterließ seiner Frau ADRIAENTGEN SYMONS acht Kinder. 1590 heiratete der Witwer VAN CEULEN die Witwe CLOOTS.

Im *Trouwboek* (Heiratsregister) des Gerichts findet sich am 2. Juni 1590 die Eintragung über das Aufgebot:

Mr. LUDOLFF GERRYTSZ. VAN COLEN, Fechtmeister, Witwer, wohnhaft am Verwersdijk (existiert noch heute). ADRIAENTGEN ZYMONS, Witwe von Mr. BERTELMEEUS CLOOT in der Coerstraece (heute Choor Straat).

Im *Trouwboek* der reformierten Kirche steht unter dem Datum 17. Juni 1590:

Mr. LUDOLPH GERRITS VAN COLEN, Fechtmeister, wohnhaft am Verwersdijk, Witwer. ADRIAENTGEN SYMONS, Witwe von Mr. BARTOLOMEUS CLOOT, wohnhaft in der Voorstraat (also andere Straßenangaben; Voor Straat und Choor Straat stoßen an einem Eck aneinander — vielleicht handelte es sich um das Eckhaus), getraut am 19. Juni durch W. HELMICH.

Wie sich (nach einer persönlichen Mitteilung von ROBERT OOMES) aus dem *20e Comparitie-register der Weeskamer* (Comparitie heißt Erscheinen vor Gericht, Weeskamer Waisenkammer) ergibt, war ADRIAENTGEN, die zweite Frau VAN CEULENS, die dritte Tochter des Buchdruckers SIMON JANSZ(OON) und am 24. Jänner 1559 10 Jahre alt, also 1548 oder 1549 geboren. Ihre Mutter war eine Tochter des Buchdruckers C. H. Lettersnyder.

ADRIANA SYMONS oder SIMONS, wie sie sich später nannte, scheint sich für die Studien ihres Mannes interessiert zu haben, weil sie nach seinem Tode seine nachgelassenen Werke herausgab. Sie starb wahrscheinlich Ende Mai 1628 ungefähr 80 Jahre alt in Leiden. Im *Begraafboek 1627—1635* der Stadt Leiden, Folio XXVI recto steht:

2. Juni 1628. Die Witwe von Mr. LUDOLFF im Klocksteech (heute Kloksteeg; führt an der Pieterskirche vorbei).

Und in den *Blaffaarden van de Hoofdkerken d'A° 1619 tot 1629* im Abschnitt von 1628, Folio III recto bei den Einnahmen:

Den 5. Juni. Vom Öffnen (des Grabes) von der Witwe von Mr. LUDOLFF 4 (Gulden).

Im Jahr 1589 war VAN CEULEN, wahrscheinlich nur für kürzere Zeit, „in Arnheim am Hof von Gelderland“ (möglicherweise im Prinsenhof, der früheren Residenz der Herzöge von Geldern), wie er am Schluß der Vorrede von *Van den Circkel* berichtet.

Möglicherweise bot die Universitätsstadt Leiden mit den vielen Studenten bessere Verdienstmöglichkeiten für einen Fechtmeister als Delft und so übersiedelte VAN CEULEN dorthin.

Im *Gerechtsdagh-Boeck* (Gerichtstagebuch), 1593 bis 1596, Folio 50 recto, ist zu lesen, daß ihm die Stadtverwaltung von Leiden am 9. Juni 1594 die Eröffnung einer Fechtschule genehmigte und hierfür ein Lokal kostenlos zuwies³³).

Ursprünglich Lehrer der „ridderlicke conste van schermen“ (ritterlichen Kunst des Fechtens) für „burgers ende (und) studenten“ beschäftigte sich VAN CEULEN als genialer Autodidakt auch mit mathematischen Fragen und machte etwa vom Alter von 25 Jahren an einen Beruf daraus³⁴). Er führte für seine Fechtschüler und deren Eltern, meist reiche Kaufleute, vor allem Zinsberechnungen durch, gab gelegentlich Mathematikunterricht und hatte einen guten Ruf als Löser kniffliger mathematischer Probleme und als Rechner.

Im Jahre 1600 im Alter von 60 Jahren wurde er an die von MAURITS, Prinz von Oranien und Graf von Nassau (1567—1625), dem Statthalter und Generalkapitän der sieben Provinzen der Vereinigten Niederlande oder Generalstaaten, gegründete und an die Universität Leiden angeschlossene Ingenieurschule berufen, um dort auf holländisch („in goeder Nederduytsche Tale“, in guter niederdeutscher Sprache) gemeinsam mit einem Kollegen als erster Arithmetik, Feldmessen und Festungsbau zu lehren.

Die Kuratoren der Universität und die Bürgermeister der Stadt Leiden beriefen in einer außerordentlichen Versammlung vom 10. Jänner 1600 die vom Grafen empfohlenen Meister SIMON FRANZ. (FRANZOON, Sohn des Franz) VANDE MERWEN, Schöffe der Stadt Leiden (1596 bis 1599; begraben am 7. April 1610), und LUDOLFF VAN CEULEN wegen ihrer „großen Tüchtigkeit, Erfahrungheit und Geschicklichkeit in diesen Künsten“ als Professoren³⁵). VAN CEULEN, der seit 1. März 1600 als Professor geführt wurde, blieb bis zu seinem Tod im Jahre 1610 Lehrer an der Ingenieurschule, doch dürfte er die Fechtschule gleichzeitig weiterbetrieben haben, da die Stadtverwaltung im Jänner 1602 auf Ansuchen VAN CEULENS einem Konkurrenten verbot, ebenfalls Fechtunterricht in Leiden zu erteilen. Die Vorlesungen und die Unterweisungen im Fechten wurden im selben Gebäude, der ehemaligen „Faliebagynen-Kirche“³⁶) abgehalten, in Räumlichkeiten, „Nederduytsche Mathesis“ ge-

³³) Im Jahr 1587 war VAN CEULEN in Bremen. In *Van den Circkel* (Ausgabe 1596, Folio 57 recto; Ausgabe 1615, Folio 78 recto/verso) schreibt er über eine Feldmeßaufgabe von NICOLAUS REYMERS: „Diese hab ich in einem gedruckten Buch, gemacht in Leipzig im Jahr 1583, Anno 87 in Bremen gefunden.“ Das Buch ist die *Geodaesia Ranzoviana* (Leipzig 1583, siehe Seite 105).

³⁴) Erste Seite der Vorrede (Widmung) von *Van den Circkel* 1596 (3. nichtnummerierte Seite): „... mein Beruf, welcher die Kunst des Messens und Rechnens ist ...“ Darauf folgende Seite: „... daß ich jetzt in diesem meinen Beruf während mehr als dreißig Jahren fortgefahren bin ...“ Geschrieben 1596 im Alter von 56 Jahren; mehr als 30 Jahre vorher also etwa 25 Jahre alt.

³⁵) In der von SIMON STEVIN an die Kuratoren der Universität und die Bürgermeister übersandten, von MAURICE DE NASSOU (sic) unterzeichneten Instruktion vom 9. Jänner 1600 wird angeführt, was öffentlich zu lehren und zu demonstrieren sei: die vier Rechnungsarten und die „Regel van drien“ (Regeldetri, Dreisatz) in ganzen Zahlen, Brüchen und in „Thiende Tal“ (den neuen Dezimalbrüchen), Flächenberechnungen, Ausmessen der Rauminhalte von Deichen, Wällen und Erdarbeiten, Feldmessen, Festungsbau (Schanzen, Bollwerke) und Stadtpläne zeichnen.

³⁶) Die Beginen (holländisch *begijnen* oder *begynen*), fromme Frauen, die ohne Klostergebäude in freiwilliger Armut und Keuschheit in religiösen klosterähnlichen Genossenschaften ein andächtiges Leben führten, wohnten im 13. und 14. Jahrhundert in Beginenhöfen, Wohnsiedlungen aus kleinen, von einer Ringmauer umschlossenen Häusern (gewissermaßen einer Stadt in der Stadt), von denen einige noch heute in Belgien

nannt, die heute noch immer existieren und von der Universitätsbibliothek (Anschrift: Rapenburg 70—74) benützt werden³⁷⁾.

Im Mai 1600 wurde das Gehalt VAN CEULENS mit 400 Gulden im Jahr festgelegt und im Frühjahr 1603 auf 450 Gulden erhöht. Im Jahre 1606 besaß er drei Häuser, eines in der Papengracht, zwei in Rapenburg; alle drei hatte er vermietet. Er selbst wohnte im Bagynhof. Nachfolger VAN CEULENS nach dessen Tod wurde FRANS VAN SCHOOTEN der Ältere (1581 bis 1646), dem wieder sein berühmter Sohn, der Herausgeber der Werke VIËTES, FRANS VAN SCHOOTEN der Jüngere (1615—1660) als Professor für Mathematik und Militärarchitektur (Festungsbau) folgte.

Es gibt drei Porträts VAN CEULENS:

1) Auf dem Titelblatt von *Van den Circkel* (1596) mit der Umschrift „LUDOLFF VAN COLLEN. Out (alt) 56“. Das ovale Bildnis ist umgeben von Fechtsäbeln, Hellebarden, Speißen und Rundschilden; das ganze ist nochmals abgedruckt in *De Circulo & Adscriptis Liber* (1619). VAN CEULEN hat auf dem Konterfei einen kurzen Spitzbart. Die Originalfederzeichnung des Malers, Zeichners und Graveurs JACOB DE GHEYN des Älteren (ungefähr 1565—1629) befindet sich in Paris in der Fondation Custodia (Collection F. Lugt), Institut Néerlandais.

2) Auf dem Titelblatt von *De Arithmetische en Geometrische fondamenten* (1615) mit der Umschrift „LUDOLHF (sic) A COLLEN, Mathematicae Professor Lugd. Batt. Obyt. anno 1610. atatis (sic) sua' 71“ (Professor der Mathematik in Leiden, gestorben im Jahre 1610 seines Alters 71)³⁸⁾. Er hat darauf einen Vollbart.

(Brücke) und Holland existieren. In Leiden gab es drei davon, darunter den St. Agniete- oder Gefaliede- oder (in Dokumenten, in denen VAN CEULEN erwähnt wird) Falie-Beginhof mit mehr als 40 Häuschen. Während dieser später abgerissen wurden, war die dazugehörige ehemalige Kirche — die Faliebagynen Kercke — vom Herbst 1575 bis zum Frühjahr 1581 Sitz der Universität Leiden und dann von deren Bibliothek. Falie heißt holländisch Schleier oder Umhang.

³⁷⁾ Nach einer freundlichen Mitteilung von C. L. HEESAKKERS von der Abteilung abendländische Handschriften der Bibliothek der Rijksuniversiteit te Leiden besteht die Faliebagynkerk noch immer und bildet einen Teil des Gebäudes der Universitätsbibliothek in Leiden, doch gab es inzwischen mehrere Umbauten. Am Ende des 16. Jahrhunderts wurde das Kirchengebäude durch eine senkrechte Mauer zweigeteilt. In der Apsis wurde 1597 das *Theatrum Anatomicum* (für das Sezieren von Leichen, für Vorlesungen und für die Aufbewahrung von anatomischen Präparaten) untergebracht. Der Rest der Kirche wurde durch einen neuen Fußboden in zwei Stockwerke geteilt. Im Oberstock wurde die Bibliothek und im Erdgeschoß die Fechtschule und die Niederduytsche Mathesis eingerichtet. Wahrscheinlich machten die Fechtschule und der Vorlesungsbetrieb von demselben Raum Gebrauch.

Seit der Mitte des 19. Jahrhunderts wird das ganze Gebäude für Bibliothekszwecke verwendet. Durch Anbauten ist jetzt nur noch ein Teil des Gebäudes von außen als Kirche erkennbar. Das Innere wurde in den letzten Jahren ganz umgebaut und umfaßt jetzt drei Stockwerke.

Der holländische Maler und Zeichner JAN CORNELISZ. VAN 'T WOUDE, latinisiert Woudanus (ungefähr 1570—1615) hat die Fechtschule (sowie drei andere Universitätseinrichtungen: die Bibliothek, das Anatomische Theater und den botanischen Garten) gezeichnet und WILLEM ISAACZ. SWANENBURGH (ungefähr 1581—1612) hat danach Kupferstiche graviert, die 1610 bei dem Leidener Verleger ANDREAS CLOUQUE erschienen. Aus Anlaß der Vierhundertjahrfeier der Universität Leiden gab die Universitätsbibliothek 1975 eine Faksimileausgabe der Kupferstiche mit ausführlicher Beschreibung (*de universiteit van leiden 1610*) heraus.

Auf dem im Sterbejahr VAN CEULENS angefertigten Stich *Delineatio Ludi Publici Gladiatorii Urbis et Academiae Lugdunensis Apud Batavos* (Zeichnung der öffentlichen Fechtschule der Stadt und der Universität Leiden; der Zusatz „apud Batavos“, bei den Batavern, womit die Holländer gemeint sind, unterscheidet das holländische Lugdunum, also Leiden, von dem Lugdunum ohne Zusatz, nämlich Lyon in Frankreich) sieht man die Fechtschule in vollem Betrieb. Neben anderen Personen sind fünf Paare von Fechtern in verschiedenen Positionen abgebildet, jedesmal ein etwas älterer Instruktor und ein jugendlicher Lernender. Einige Instruktores haben ähnliche Gesichtszüge wie VAN CEULEN. Woudanus war offenbar ein Spaßvogel, weil der Kopf eines ungerührt dastehenden Fechtmeisters im rechten Vordergrund vom Degen seines Schülers durchbohrt ist und die Spitze der Klinge etwa beim vom Haar verborgenen rechten Ohr heraussteht, wo sogar ein paar Blutstropfen herausickern.

³⁸⁾ Aus dieser Angabe wurde ursprünglich fälschlich geschlossen, daß VAN CEULEN 1539 (1610 minus 71) geboren wurde, doch fand sich auf seinem Grabstein das Geburtsjahr 1540. Tatsächlich starb VAN CEULEN ja einen Tag vor Beginn des Jahres 1611 und vier Wochen vor Vollendung seines 71. Lebensjahres.

3) In dem Buch *Athenae Batavae* von IOANNES MEURSIUS (1625) auf Seite 343. Ebenfalls mit Vollbart. Auf allen drei Bildern hat er volles eigenes Kopfhaar, jedoch mit „Hofrats-ecken“, und er trägt immer eine Halskrause.

VAN CEULEN konnte nicht Latein und schon gar nicht Griechisch, sondern nur holländisch und deutsch. Er konnte daher die meisten mathematischen Werke seiner Zeit — in der damals allgemein geläufigen Gelehrtensprache Latein abgefaßt und oft mit griechischen Brocken gespickt — nicht lesen, so daß er große Bildungslücken hatte.

EUKLID hat er (wie sich aus *Van den Circkel*, 1596 Folio 2 recto, 1615 Folio 7 recto ergibt) in der Übersetzung *Die Sechs Erste Bücher EUKLIDIS, vom anfang oder grund der Geometrij . . . Auß Griechischer sprach in die Teutsch gebracht* (Basel 1562) von WILHELM HOLTZMAN(N), genannt (GUILIELMUS) XYLANDER (1532—1576) aus Augsburg offensichtlich gründlich studiert³⁹⁾. An vielen Stellen zitiert er Sätze EUKLIDS mit Angabe der Nummern des betreffenden Satzes und Buches der *Elemente*.

VAN CEULENS Freund JAN (CORNETS) DE GROOT (JOHAN HUGO DE GROOT oder JANUS GROTIUS, 1554—1640, von 1591 bis 1595 Bürgermeister von Delft, Vater des Begründers des Völkerrechts HUGO GROTIUS, 1583—1645) übersetzte 1585 oder 1586 die *Kreisausmessung (Kyklou metresis)* des ARCHIMEDES, die ja nur ein paar Seiten lang ist⁴⁰⁾, für ihn auf niederländisch⁴¹⁾.

An anderen Autoren erwähnt VAN CEULEN in seinen Werken: IOHANNES BAPTISTA BENEDICTUS (GIOVANNI BATTISTA oder GIAMBATTISTA BENEDETTI, 1530—1590, und dessen „lateinisches Buch, gedruckt in Italien 1585“: *Diversarum Speculationum Mathematicarum, & Physicarum Liber*, Buch der verschiedenartigen mathematischen und die Natur betreffenden Betrachtungen, Turin 1580 und 1585), CAROLUS BOVILLUS (CHARLES DE BOUILLUS, BOUVELLES, 1470?—1553), CHRISTOPHORUS CLAVIUS (HEINRICH SCHREYBER, vor 1496—1525), GIBLIUS VAN DEN HOUCKE (Werke 1537 bis 1548), SYMON IACOBI (SIMON JACOB, 1510?—1564; „seiner Geometria“: *Ein New vnd Wolgegründt Rechenbuch . . . Und dann von der Geometria . . .*, Frankfurt am Main 1565 und öfter), IACOB KOBEL (KÖBEL, 1470—1533: „worin ich viele falsche Regeln gefunden habe“), PHILIPPUS LANDSBERGIUS (PHILIPP VAN LANSBERGE, 1561 bis 1632), VALENTIN MENHER (MENNHER, Werke 1550 bis 1570, gestorben zwischen 1570 und 1573), („die Tabelle von dem hochgelehrten“) L. (LUCAS) VALENTINUS OTHO (1550?—1605?), NICLAES PIETERSZ. (NICOLAUS PETRI, Werke ab 1567, gestorben 1602), IOHANNES REGIOMONTAN (1436—1476), IOACHIM RETICUS (RHAETICUS, 1514—1576), NICOLAUS REYMERS (gestorben 1599 oder 1600, Erwähnung ohne Nennung des Titels von dessen Buch *Geodesia Ranzoviana. Landt Rechnen und Feldmessen, sampt messen allerhand grösse . . . Zu Ehren Dem Edlen, Gestrengen und Ehrnvehsten Herrn HEINRICHEN RANTZOVEN . . . Stadthaltern, Rhat und Amtman, Leipzig 1583*), ERASMUS REYNOLDUS (REINHOLD, 1511—1553), ADRIAEN VAN ROMEN (ROOMEN, 1561—1615), RUDOLPHUS SNELLIUS (1546—1613), dessen Sohn WILLEBRORD RUDOLFSZ. (RUDOLFSZON) SNELLIUS (1580/81—1626), SYMON STEVIJN (STEVIN, 1548—1620) und FRANCISCO VIETA (1540—1603). Der „wohlgelehrte und sinnreiche Mathematicus (sic) Mecster SYMON STEVIJN“ sandte ihm bereits 1582 mehrere mathematische Fragen.

³⁹⁾ Die ersten sechs Bücher der *Elemente* behandeln die ebene Geometrie. (Bücher VII, VIII und IX behandeln die Natur und die Eigenschaften der ganzen Zahlen, also Zahlentheorie, Buch X umfaßt die Lehre von den kommensurablen und inkommensurablen — irrationalen — Größen, und die restlichen drei von EUKLID stammenden Bücher XI, XII und XIII beschäftigen sich mit räumlicher Geometrie.) Für die Zwecke VAN CEULENS genügten die ersten sechs Bücher.

⁴⁰⁾ In *The Works of ARCHIMEDES*, herausgegeben von T. L. (THOMAS LITTLE) HEATH (1861—1940), Cambridge 1897, Reprint New York, o. J., 8 Druckseiten.

⁴¹⁾ Siehe die auf Seite 112 zitierte Widmung von *Van den Circkel*.

6. DIE WERKE VAN CEULENS

1. KLEINERE SCHRIFTEN

Zu Lebzeiten VAN CEULENS erschienen drei kleinere mathematische Arbeiten von wenigen Seiten und ein Buch von 236 Seiten⁴²⁾, als erstes *Solutie ende Werckinghe Op twee Geometrische vraghen by WILLEM GOUDAEN Inde Jaren 1580. ende 83. binnen Haerlem aenden Kerckdeure ghestelt. Mitsgaders Propositie Van twee andere Geometrische vraghen* (Lösung und Ausarbeitung von zwei geometrischen Fragen, von WILLEM GOUDAEN in den Jahren 1580 und 1583 in Haarlem an der Kirchentür gestellt. Mitsamt Stellung zweier anderer geometrischer Fragen, Amsterdam 1584, 19 nichtnumerierte Seiten).

Es war eine Antwort VAN CEULENS auf heftige Angriffe des beeideten Feldmessers WILLEM GOUDAEN aus Haarlem, der dort geometrische Aufgaben an ein Brett auf der Kirchentür geschlagen und für ihre richtige Beantwortung einen Preis ausgesetzt hatte. Obwohl VAN CEULEN die Probleme leicht gelöst hatte, zahlte der Herausforderer trotz zweimaliger Besuche VAN CEULENS in Haarlem (am 21./22. Juni und 1. Juli 1583, „einander die Hand gegeben habend, sind also, so wähnte ich, in Freundschaft geschieden“) nicht nur die Belohnung nicht, sondern schlug ein Schriftstück mit „vielen verleumdenden und vermessen Worten, daß ich die Lösung nicht getroffen hatte“ an und veröffentlichte eine Arbeit mit dem Titel *Openbare (oder Generale) presentatie* (Öffentliche — oder Allgemeine — Darstellung, Dordrecht 1583), worin er es unternahm,

mich wiederum mit vielen Verleumdungen zu schmähen und mein Werk zu verachten...

Und obwohl ich ihm wohl mit gleicher Münze bezahlen könnte, so will ich ihm dennoch das Zanken, Verleumden und Prahlen allein vorbehalten, und es mir begnügen lassen, daß ich die Lösung seiner Fragen . . . aller Welt vor Augen stelle . . . Dazu fügend zwei von mir gestellte Beispiele, die ich WILLEM GOUDAEN (anstelle weiterer Verleumdungen) mit verehere.

Für die vollkommene Beantwortung innerhalb von drei Monaten versprach VAN CEULEN GOUDAEN einen feinen Silberbecher.

Das erste Problem GOUDAENS betrifft ein unregelmäßiges Viereck mit einem einzigen rechten Winkel, dessen vier Seiten bekannt sind; gesucht sind eine Höhe und der Flächeninhalt. Im zweiten Problem wird in einem unregelmäßigen Fünfeck mit zwei rechten Winkeln mit bekannten Seiten ebenfalls nach der Höhe gefragt.

VAN CEULENS erstes Problem besteht darin, in einem unregelmäßigen Kreisviereck mit bekannten Seiten von einem Eck aus einen Durchmesser zu ziehen und die Länge der beiden Abschnitte auf der durch diesen Durchmesser geschnittenen Viereckseite zu berechnen. Im zweiten Problem sind in einem Kreis von bekanntem Durchmesser verschiedene Gerade eingezeichnet und die Länge durch sie bestimmter anderer Geraden gesucht.

⁴²⁾ VAN CEULEN veröffentlichte auch gemeinsam mit SYMON FRANSZ. VAN DER MIERWEN und drei anderen Männern eine 24 Seiten starke (in deutscher Übersetzung:) *Kurze Unterrichtung, zur Durchführung der Abzüge der Jahres-Pfandbriefe zu baren Pfennigen dienend, um demzufolge den vierzigsten Pfennig* (das heißt, 2,5 Prozent) *auf alle verkauften oder veräußerten unbeweglichen Güter gemäß dem Beschluß der Herren Stände vom 22. Dezember 1598 zu fordern und zu empfangen. Gedruckt im Rathaus der Stadt Leiden im Jahre 1599.* Ein Faksimilendruck erschien 1879 in Amsterdam.

Die nächsten beiden kleineren Arbeiten beschäftigen sich bereits mit der Quadratur des Kreises. BIERENS DE HAAN schreibt im VII. Teil der *Bouwstoffen* am Beginn des Abschnitts über SIMON VAN DER EYCKE (*Verslagen en Mededeelingen*, 9. Teil, 1876, Seite 90):

Im letzten Teil des 16. Jahrhunderts entstand in der mathematischen Welt das, was man eine Epidemie von Kreisquadraturen nennen könnte, das heißt, von entweder ganz und gar falschen oder wirklich nahekommenden Berechnungen des Verhältnisses des Umfangs zum Durchmesser des Kreises. In der Regel jedoch waren die Grundlagen der Berechnungen nicht richtig und die Ableitung selbst wenig wissenschaftlich. Auch unser Land (die Niederlande) blieb nicht frei von dieser Ansteckung.

VAN CEULEN hatte mit zwei Männern Auseinandersetzungen, die ganz falsche Werte für π lieferten. In diesem Zusammenhang bezieht sich DYBVAD im ersten Teil seiner EUKLID-Bearbeitung in der Widmung an CHRISTIAN FRIIS (nichtnummerierte Seite 10) auf IOANNES BUTEO (siehe Anmerkung 8) und schreibt:

Wenn jene aufgeblasenen Kreisquadratoren diesen engen Zusammenhang erkannt hätten, hätten sie ohne Zweifel niemals so gewaltige Irrtümer begangen, die alle ein Gegenstand des Gelächters geworden sind.

SIMON DU CHESNE (richtiger Name: SIMON VAN DER EYCKE oder EYCKEN, auch DUCHESNE oder A QUERCU — was auf deutsch alles „von der Eiche“ heißt), in Dôle (Frankreich) geboren, aber wahrscheinlich seit früher Jugend in den Niederlanden lebend und in Delft wohnhaft, veröffentlichte dort 1584 das 91 Seiten starke Buch *Quadrature Du Cercle Ou Maniere De Trouver Un Quarre Equal Au Cercle Donne . . . avec la raison de la circumference au diametre* (Quadratur des Kreises oder Art und Weise, ein dem gegebenen Kreis gleiches Quadrat zu finden . . . mit dem Verhältnis des Umfangs zum Durchmesser⁴³), in welchem er nach der Methode des ARCHIMEDES ebenfalls aus dem 96-Eck für π den Wert $3\frac{69}{484} = \frac{1521}{484} = (\frac{39}{22})^2$ errechnet (Seite 73), übrigens einen der quadratischen Näherungswerte für die Kreiszahl⁴⁴), der zwar zwischen den beiden Grenzen des ARCHIMEDES liegt, aber dezimal geschrieben aufgerundet 3,142562 ausmacht und daher um rund 0,000969 zu groß ist. VAN DER EYCKE behauptet aber (Seite 77), daß dies der wahre Wert des Verhältnisses des Umfangs zum Durchmesser ist.

Gegen dieses Ergebnis wendet sich nun (ebenso wie andere Mathematiker) VAN CEULEN in der 6 Seiten umfassenden Arbeit *Kort Claar bewijs Dat die nieuwe ghevonden porportie eens Circkels iegens zyn diameter te groot is ende overzulcx de quadratura Circuli des zelve vindens onrecht zy* (Kurzer klarer Nachweis, daß das neu gefundene Verhältnis eines Kreises gegen seinen Durchmesser zu groß ist und darum die Kreisquadratur desselben Finders unrichtig sei, Amsterdam, ohne Jahr, laut VAN CEULENS nächstfolgender Arbeit von 1586 „voriges Jahr gedruckt“, also 1585).

VAN CEULEN berechnet mit Hilfe des umbeschriebenen $192-(3 \times 2^6)$ -Ecks einen Bruch für π , der 3,142504 . . . entspricht, und schließt nun, da seine Zahl, von einem Umkreisviereck genommen, sicher noch zu groß ist, daß der Wert von SIMON VAN DER EYCKE, der noch um 5589/96786932 (rund 58 Millionstel) größer ist, auf keinen Fall stimmen kann.

. . . so muß folgen, daß SYMON VANDE EYCKEN . . . sich in seiner Erfindung arg irrt.

⁴³) Auf der letzten Seite (Seite 91) steht nach dem „Auszug aus dem Druckprivileg“, unterzeichnet Delft, 21. Februar 1584: „Men vercooptse by SIMON VANDER EYCKE“ (Man verkauft sie — die Buchexemplare — bei SIMON VAN DER EYCKE). Daraus ist zu schließen, daß VAN DER EYCKE der eigentliche Name war und die französische und die lateinische Form des Namens nur für die Gelehrtenwelt verwendet wurden.

⁴⁴) Die quadratischen Werte für π sind (aus dem Kettenbruch für die Quadratwurzel aus π leicht berechenbar): $(7/4)^2$, $(16/9)^2$ — diesen Wert benutzten die alten Ägypter schon im 19. Jahrhundert vor Christus, wie sich aus dem im British Museum befindlichen Papyrus (ALEXANDER HENRY) RHIND (1833–1863) des Schreibers AHMES (A'HMOSÈ) ergibt, $(23/13)^2$, $(39/22)^2$ — das ist der Wert VAN EYCKES, $(257/145)^2$, $(296/167)^2$ — auf 5 Dezimalstellen genau, $(8545/4821)^2$ — auf 7 Dezimalstellen genau, usw.

Dieser zeigte aber keineswegs Einsicht in seinen Fehler, sondern gab 1586 in Delft eine neue Schrift von 38 Seiten heraus, diesmal auf niederländisch: *Claerder Bewys Op De Quadratuere Des Circkels Anno Vier-en-tachtig Wtghe- Wtgheven* (sic), . . . *Waer Dat Lichtelick Wt Te Nemen Sal zijn den ghenen, de welcke hem onderstaen heeft de selue te wederlegghen, Die niet verstaen noch ghekent te hebben* (Klarerer Beweis für die im Jahr 84 herausgegebene Kreisquadratur . . . wo denjenigen, welche ihn verstanden haben, das leicht herauszunehmen sein wird, dieselben zu widerlegen, die nicht verstehen noch erkannt haben).

Darin wird der frühere Wert $3\frac{69}{484}$ zwar (Seite 24) noch erwähnt, aber (Seite 3) durch das „precijse“ (präzise) Verhältnis R. R. 320. — 8, in moderner Schreibweise $\sqrt[3]{320-8}$, ersetzt⁴⁵⁾, was umgerechnet 3,1446055 . . . ist und daher, wie SIMON VAN DER EYCKE (Seite 27) selbst ungerührt feststellt, sogar „außerhalb der Grenzen von ARCHIMEDES zu fallen kommen und größer als $3\frac{1}{4}$ zu 1 sein wird“.

Dieser Wert war schon von NICOLAUS VON CUES (VON CUSA, CUSANUS, 1401—1464) neben mehreren anderen Werten angegeben und von IOHANNES REGIOMONTAN (IOANNES DE REGIO MONTE oder MONTE REGIO, 1436—1476) in kritischen Briefen, die er im Sommer 1464 in Venedig schrieb und die 1533 in Druck erschienen⁴⁶⁾, und hierauf 1559 von IOANNES BUTEO in den *De quadratura circuli Libri duo* (siehe Anmerkung 8) widerlegt worden.

Dennoch wurde der Wert SIMON VAN DER EYCKES 1588 von NICOLAUS RAYMARUS URSUS DITHMARSUS (NICOLAUS REYMERS oder RYMERS aus Henstede — jetzt Hennstedt — in Dithmarschen, gestorben etwa 1599 oder 1600) übernommen und nachgedruckt. In seinem *Fundamentum Astronomicum: Id Est Nova Doctrina Sinuum Et Triangulorum Eaque Absolutissima Et Perfectissima, Eiusque Usus In Astronomica Calculatione & Observatione* (Astronomische Grundlage, das ist neue und zugleich vollkommenste und vollendetste Lehre der Sinus und der Dreiecke, und deren Gebrauch bei der astronomischen Berechnung und Beobachtung, Straßburg 1588) widmet er der Darlegung und dem „Beweis“ achteinhalb Seiten (Folio 9 verso bis 13 verso) und spricht dabei von einem „divinum“ (10 recto) und „ingeniosissimum (13 verso) artificium“ (göttlichen, herrlichen oder äußerst geistreichen, scharfsinnigen Kunstgriff) des „Erfinders“ SIMON À QUERCU. Der zahlenmäßige Wurzelausdruck ist nirgendwo angegeben, sondern nur eine Konstruktion, aus der er sich — wie CANTOR in seinen *Vorlesungen*, Band II (1913), Seite 593 zeigt — ergibt.

Auf die zweite Arbeit SIMON VAN DER EYCKES antwortete VAN CEULEN mit seinem *Proefsteen Ende Claerder wederleggingh dat het claarder bewijs (so dat ghenaeft is) op de gheroemde ervindingh vande Quadrature des Circkels een onrecht te kennen gheven ende gheen waerachtich bewijs is . . . Den ghemeenen volcke tot nut* (Prüfstein und klarere Widerlegung, daß der klarere Beweis — wie jener genannt ist — für die gerühmte Erfindung der Kreisquadratur als eine Unrichtigkeit zu erkennen gegeben (wird) und kein wahrhafter Beweis ist . . . Dem gemeinen Volk zum Nutzen, Amsterdam 1586, 12 nichtnumerierte Seiten). In dieser Arbeit, die auch eine kurze Zurechtweisung SIMON VAN DER EYCKES wegen dessen unrichtiger Berechnung des Barwerts einer in jährlichen Raten zurückzuzahlenden Schuld bei einfacher Verzinsung enthält⁴⁷⁾, gibt VAN CEULEN mit dem Datum 3. Juni 1586 für den Umfang des Kreises vom Durchmesser 1 die Grenzen 3,141557587 und 3,141662746 an, ohne jedoch zu vermerken,

⁴⁵⁾ R ist die Abkürzung für Radix (Wurzel). R. R. bedeutet Wurzel aus der Wurzel. Der Punkt hinter 320 gibt an, wie weit die innere Wurzel reicht.

⁴⁶⁾ In *De Triangulis Omnimodis Libri Quinque* (Fünf Bücher über alle Arten Dreiecke, herausgegeben von IOHANNES SCHÖNER, 1477—1547, Nürnberg 1533) im Anhang.

⁴⁷⁾ Dabei gebraucht VAN CEULEN ein Wortspiel:

Daß SYMON VANDER EYCKE, in Dolen (Dôle in Frankreich) geboren, in den hochwertigsten Stücken der (Rechen-)Kunst doolt (herumtollt, herumirrt), daß die verständigsten Philosophen im Zusammenbrechen sind, ist nicht zu verwundern; aber daß er im Doling (in der Verirrung, in der Unrichtigkeit) hartnäckig fortfährt, stellt ihn selbst außerhalb der Vernünftigen.

wie er diese Grenzen, die zwanzig Mal enger sind als die von ARCHIMEDES⁴⁸), erhalten hat. (Sie ergeben sich mit Hilfe des dem Kreis einbeschriebenen und des umbeschriebenen 384 - oder 3×2^7 -Ecks. Für $384 \times \sin 180^\circ / 384$ erhält man nämlich $3,141557608$ und für $384 \times \tan 180^\circ / 384$ findet man $3,141662747$.)

Im Jahr 1588 kam es zu einer indirekten Verbindung zwischen VAN CEULEN und GALILEO GALILEI (1564—1642).

In der Biblioteca Nazionale in Florenz befindet sich unter der dort aufbewahrten Korrespondenz GALILEIS auch ein eigenhändig geschriebener lateinischer Brief des belgischen Mathematikers MICHIEL COIGNET (1549—1623) an den berühmten italienischen Mathematiker, Physiker und Astronomen, in welchem es heißt:

Ein gewisser Kölner (ein Mißverständnis des Namens VAN CEULEN, der ja „von Köln“ bedeutet) namens LUDOLPHUS hat uns kürzlich einige geometrische Probleme gestellt, von denen es nicht ungelegen sein wird, eines hier hinzuzufügen.

Die Aufgabe besteht darin, in einem Kreis vom Durchmesser 8 , in welchem bestimmte Gerade gegeben sind, die Länge von vier durch sie bestimmten geraden Strecken zu berechnen. Nach der Problemstellung fährt COIGNET fort:

Dieses Problem haben wir mit Hilfe der Lehren und Regeln der großen Kunst (Ars magna) oder Algebra gelöst; deshalb kannst Du, wenn Dir Spekulationen dieser Kunst am Herzen liegen, wenn es beliebt, dieses besagte Problem auf Deine Weise erforschen.

Datiert ist der Brief „Antverpiae, pridie calend. Aprilis, anno a Christo nato 1588“ (Antwerpen, 31. März 1588) und unterzeichnet „MICHAEL COIGNET, matheseos studiosus“, wobei letzteres nicht Student im heutigen Sinn, sondern Liebhaber der Mathematik bedeutet. Der Brief ist abgedruckt in *Le Opere di* (Die Werke von) GALILEO GALILEI. Edizione Nazionale, Volume X (Florenz 1900), Seiten 31—33.

Bevor der deutsch-holländische Mathematiker 1596 sein Hauptwerk *Van den Circkel* herausgab, hatte er noch eine Auseinandersetzung über eine falsche Kreisquadratur, über die wir nichts wüßten, wenn nicht der Arzt und Mathematiker ADRIANUS ROMANUS (ADRIAAN VAN ROOMEN oder ADRIEN ROMAIN, 1561—1615⁴⁹)), mit dem ihn seit etwa 1586 eine Freundschaft und mathematische Zusammenarbeit verband, in seinem Werk *In ARCHIMEDES Circuli Dimensionem Expositio & Analysis. Apologia Pro ARCHIMEDE ad Clariss. virum IOSEPHUM SCALIGERUM. Exercitationes Cyclicae contra IOSEPHUM SCALIGERUM, ORONTIUM FINABUM, & RAYMARUM URSUM, in decem Dialogos distinctae* (Darlegung und Untersuchung über die Ausmessung des Kreises von ARCHIMEDES. Verteidigung für ARCHIMEDES gegenüber dem sehr berühmten Herrn IOSEPHUS SCALIGER. Kreisübungen gegen IOSEPHUS SCALIGER, ORONTIUS FINABUS und RAYMARUS URSUM, in zehn Dialoge abgeteilt, auf dem Titel Würzburg 1597, aber in Wirklichkeit in Genf gedruckt) darüber berichtet hätte.

In Leiden, wo er von 1593 bis zu seinem Tode Universitätsprofessor war, hatte der in Agen in Frankreich geborene bedeutende französische klassische Philologe JOSEPH-JUSTE SCALIGER (1540—1609), der sich rühmte, 13 alte und moderne Sprachen zu beherrschen, und als Begründer der modernen wissenschaftlichen Chronologie gilt, 1594 die *Cyclometrica Elementa Duo* (Die zwei Anfangsgründe der Kreisausmessung⁵⁰)) veröffentlicht. Darin hätte

⁴⁸) Die Grenzen von ARCHIMEDES liegen um rund 2 Tausendstel auseinander, die VAN CEULENS um ungefähr 1 Zehntausendstel.

⁴⁹) Über ADRIAAN VAN ROOMEN siehe neben BIERENS DE HAAN, *Bouwstoffen* XV, 1878, von Anmerkung 27 auch das diesbezügliche Stichwort im *Nationaal Biografisch Woordenboek* 2 (Brüssel 1966), Spalten 751—765, von PAUL BOCKSTAELE (geboren 1920) und vom selben Autor ADRIAAN VAN ROOMEN „*Medicus et Mathematicus*“ (Zum vierten Jahrhundertfest seiner Geburt) in *Scientiarum Historia* (Dreimonatsschrift für die Geschichte der Medizin, Mathematik und Naturwissenschaften, Antwerpen) Jahrgang 3, 1961, Nr. 4, Seiten 169—178. Beide Arbeiten sind auf vlämisch.

⁵⁰) Der Autor nennt sich, wie schon in Anmerkung 27 festgestellt wurde, IOSEPHUS SCALIGER IUL. CAES. F. (IULII CAESARIS FILIUS). Sein Vater war nämlich der französische Dichter und Philologe JULIUS CAESAR SCALIGER

er neben verschiedenen Unsinnigkeiten den Satz aufgestellt, daß das Quadrat des Kreisumfangs gleich dem Zehnfachen des Quadrats des Durchmessers sei⁵¹). Das heißt, $U^2 = 10d^2$ oder $U = \sqrt{10}d$. Damit hätte π den Wert $\sqrt{10} = 3,16227766\dots$, den bereits der indische Mathematiker BRAHMAGUPTA (geboren 598) in der ersten Hälfte des 7. Jahrhunderts als „genauen“ Wert (gegenüber dem „praktischen“ Wert 3) angenommen hatte⁵²). Vor BRAHMAGUPTA wurde $\sqrt{10}$ in Indien von VARAHAMIHRA (gestorben 587), nach ihm von SRIDHARA (8. Jahrhundert) und MAHAVIRA (9. Jahrhundert) verwendet. Auch DYBVAD spricht in dem Zitat mit π auf 31 Stellen von der $\sqrt{10}$ der Inder.

Von den zehn Dialogen in VAN ROOMENS Buch, an denen drei Personen, EUTHEORUS, der die wahren Prinzipien verteidigt, CAENOPHILUS, Fürsprecher der falschen Kreisquadraturen, und POLYPONUS⁵³, der Rechner und Schiedsrichter, teilnehmen, sind die ersten vier Dialoge gegen ORONTIUS FINAEUS (ORONCE FINE, 1494–1555) und dessen *De Quadratura Circuli* (Über die Kreisquadratur, Paris 1544), ein Dialog gegen NICOLAUS RAYMARUS URSUS und die von ihm übernommene falsche Kreisquadratur von SIMON A QUERCU (VAN DER EYCKE) und die letzten fünf Dialoge gegen SCALIGER gerichtet. Im Dialog gegen RAYMARUS wird auf Seite 89 in Satz XI festgestellt, daß die dem Belgier (Niederländer) SIMON DE (sic) QUERCU zugeschriebene Quadratur nicht von ihm stammt, sondern von NICOLAUS CUSANUS und schon vor sehr vielen Jahren von REGIOMONTANUS und hierauf nochmals von IOANNES BUTEO widerlegt wurde. Dies zeigt eine ausgezeichnete Kenntnis der mathematischen Literatur durch VAN ROOMEN.

Zu Beginn der zehn Dialoge der *Exercitationes Cyclicae* im Vorwort berichtet VAN ROOMEN auf Seite 56 dem „Lector Philomathi“ (wißbegierigen Leser):

Das zyklometrische Werk SCALIGERS war kaum fertiggestellt, als es der hervorragendste Mathematiker unseres Zeitalters (Excellentissimus nostri aevi Mathematicus) LUDOLFUS VAN COLLEN sofort in die Hand nahm, zur Gänze studierte und prüfte. Er bemerkte die hervorstechendsten Fehler, brachte sie durch Gelehrte, mit denen SCALIGER bekannt war, diesem zur Kenntnis und forderte ihn zugleich auf, das Buch zurückzuziehen, bevor es in die Hände anderer gelange. So und durch kein anderes Verhalten würde sein Ansehen gewahrt bleiben. SCALIGER lachte den gelehrten Mann aus und behauptete, daß es sogar einem gelehrten Mathematiker, der lange Zeit für diese Dinge aufwendet, nicht möglich sein werde, seine Schriften zu prüfen und auch zu verstehen. Daher sei das Urteil irgendeines Fechtmeisters (denn so nannte er LUDOLFUS, indem er ihm die Bezeichnung Mathematiker absprach) geringzuschätzen, der, durch seine täglichen Beschäftigungen abgehalten, sie (die Schriften) nicht in zehn oder zwölf Tagen (soviel nämlich hatte LUDOLFUS aufgewendet) prüfen konnte. Und daher wolle er, sagte er, daß LUDOLFUS seine Kritik veröffentliche. Obwohl LUDOLFUS dies als Antwort akzeptiert hätte, hörte er dennoch nicht auf, den Mann abermals zwei- oder dreimal zu warnen, daß er auf seine Ehre Bedacht nehme, aber vergeblich.

Daß VAN CEULEN selbst — zum Unterschied von ADRIAAN VAN ROOMEN und anderen Mathematikern (darunter FRANÇOIS VIÈTE ohne Nennung des Namens SCALIGER 1594 in

(1484–1558), der in der Geschichte der Wissenschaften dadurch bekannt ist, daß er den italienischen Mathematiker, Mediziner und Philosophen GEROLAMO (GIROLAMO) CARDANO (HIERONYMUS CARDANUS, 1501–1576) zuerst in einem Buch von 1130 Seiten heftig angriff und ihn danach, weil er glaubte, CARDANO sei gestorben, ebenso überschwenglich lobte.

⁵¹) *Cyclometrica*, Seite 31, Propositio (Satz) VI, Theorema V: Quadratum ab ambitu circuli decuplum est quadrati a diametro.

⁵²) HENRY THOMAS COLEBROOKE (1765–1837), *Algebra, with Arithmetic and Mensuration, from the Sanskrit of Brahmagupta and Bhaskara* (London 1817), Seite 308.

⁵³) Die Namen sind griechische Phantasienamen: EUTHEOROS (eu, gut, richtig; theoria, wissenschaftliche Erkenntnis), KAINOPHILOS (kainos, neu, ungewöhnlich; philos, liebend), POLYPONOS (polys, viel; ponos, Mühe, Arbeit).

Munimen Adversus Nova Cyclometrica — Verwahrung gegen die neue Kreisberechnung —, *Opera Mathematica*, Seiten 436—446, und CHRISTOPHORUS CLAVIUS 1609 in *Refutatio Cyclometricae* IOSEPHI SCALIGERI — Widerlegung der Kreisausmessung IOSEPH SCALIGERS —, *Opera Mathematica*, Mainz 1612, 5. Band) — über den Fall nichts veröffentlichte, obwohl er natürlich von der Richtigkeit seiner Einwände überzeugt war, scheint darauf zurückzuführen zu sein, daß er eine Auseinandersetzung mit dem berühmten und grenzenlos eingebildeten SCALIGER vermeiden wollte, der einen europäischen Ruf genoß, dessen Epigramme (kurze Spottgedichte) ätzend und taktlos waren und dem er auf lateinisch, der damaligen Gelehrtensprache, nicht hätte antworten können.

VIÈTE hatte bereits im Anhang *Universalium Inspectionum ad Canonem Mathematicum Liber Singularis* (Einziges Buch der Betrachtungen der Allgemeinbegriffe zum mathematischen Tafelwerk) seines *Canon Mathematicus Seu Ad Triangula Cum Adpendicibus* (Mathematisches Tafelwerk oder in Bezug auf die Dreiecke mit Anhängen, Paris 1579, mit gleicher Paginierung, genau nachgedruckt in den *Varia Opera Mathematica*, Paris 1609) π mit Hilfe des $393216-(3 \times 2^{17})$ -Ecks auf zehn Dezimalstellen eingegrenzt, von denen neun richtig sind (Seite 66: „für einen Durchmesser von 100,000 ist die Kreiszahl zwischen $314,159 \frac{265,35}{1,000,00}$ und $314,159 \frac{265,37}{1,000,00}$ “; die Zahlenwerte wieder abgedruckt 1593 in *Variorum de Rebus Mathematicis Responsorum Liber VIII* — Buch VIII der verschiedenartigen Antworten über mathematische Gegenstände —, Folio 25 verso, und *Opera Mathematica*, Leiden 1646, Hildesheim 1970, Seite 392). Und ADRIAAN VAN ROOMEN hatte in seinen 1593 in Löwen und Antwerpen herausgekommenen *Ideae Mathematicae Pars Prima, Sive Methodus Polygonorum, Qua Late-rum, perimetrorum & aerearum cujuscunque polygoni investigandorum ratio exactissima & certissima; una cum circuli quadratura continentur* (Erster Teil der mathematischen Idee, oder Methode der Vielecke, worin das genaueste und zuverlässigste Verhältnis der zu erforschenden Seiten, Umfänge und Flächeninhalte jedes möglichen Vielecks zusammen mit der Quadratur des Kreises enthalten sind, Druckprivileg Brüssel 7. November 1590, nichtnumerierte Seite 16) π aus dem $251\,658\,240-(15 \times 2^{24})$ -Eck auf 16 Dezimalstellen berechnet, von denen 15 stimmen⁵⁴).

2. VAN DEN CIRCKEL

Drei Jahre später, im Herbst 1596, erschien in Delft das große Buch LUDOLPH VAN CEULENS, ein Folioband von 236 Seiten. Sein Titel ist weitschweifig, weil darin der gesamte Inhalt aufgezählt wird: *Vanden Circkel. Daer in gheleert werdt te vinden de naeste Proportie des Circkels-diameter tegen synen Omloop/daer door alle Circkels (met alle Figueren/ofte Landen met crome Linien besloten) recht ghemeten kunnen werden.* (Vom Kreis, worin gelehrt wird, das naheste Verhältnis des Kreisdurchmessers zu seinem Umfang zu finden, wodurch alle Kreise — mit allen durch krumme Linien begrenzten Figuren oder Ländern — richtig gemessen werden können.) Der weitere Titel sei nur auf deutsch gebracht: Ebenso alle in den Kreis beschriebenen Figurenseiten, beginnend mit dem 3-, 4-, 5-, 15-Eck, auf irrationale Zahlen zu bringen, wenn die Figur auch viele hunderttausend Ecken hätte. Ebenso die Seiten des 7-, 11-, 13-, 17-, 19-, 23-Ecks und was für Seiten oder Sehnen man wünscht, welcher Bogen Grade, Minuten, Sekunden usw. groß sei. Nach jedermanns Gefallen. Außerdem Tafeln

⁵⁴) Der Perser GHIYATH AD-DIN JAMSHID MAS'UD AL-KASHI oder AL-KASHANI (gestorben 1429), ein arabischer Erfinder der Dezimalbrüche, hatte in seinem im Juli 1424 fertiggestellten *Ar-Risala al-Muhitiyyah* (Lehrbrief — oder Abhandlung — über den Kreisumfang) π mit Hilfe des $805\,306\,368-(3 \times 2^{28})$ -Ecks auf 9 Sexagesimalstellen berechnet und diese dann in 17 Dezimalstellen umgewandelt, von denen 16 richtig sind. Siehe PAUL LUCKEY (1884—1949), *Der Lehrbrief über den Kreisumfang von GAMSID B. MAS'UD AL-KASHI*, *Abhandlungen der Deutschen Akademie der Wissenschaften, Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse*, 6, 1950 (Berlin 1953) und ADOLF-ANDREJ PAWLOWITSCH JUSCHKEWITSCH (geboren 1906), *Geschichte der Mathematik im Mittelalter* (Leipzig 1964), Seiten 312—319.

der Sinus, Tangens und Secans mit ihrem Gebrauch, hochnötig für die Landmesser. Mit vielen anderen kunstreichen Stücken, dergleichen niemals in Druck herausgegeben. Schließlich von den Zinsen, mit allerhand dazu dienenden Tafeln, mit ihrem Gebrauch, durch viele kunstreiche Beispiele gelehrt und durch das ganze Werk bewiesen und geprüft. Alles durch LUDOLPH VAN CEULEN, geboren in Hildesheim, beschrieben und in den Druck gebracht.

VAN CEULEN schreibt in seiner Widmung, unterzeichnet Leiden, 20. September 1596, „an den hochgeborenen Fürsten und Herrn MAURITZ, PRINZ VON ORANIEN, GRAF VON NASSAU . . .“ und „an die edlen, vermögenden, weisen, sehr voraussehenden Herren Stände (Abgeordneten) von Holland, Seeland und Westfriesland, meine gnädigen, geneigten und gebietenden Herren“ (3. und 4. nichtnumerierte Seiten):

. . . In den Jahren 84 und 86 sind von einem Liebhaber (der Mathematik; gemeint ist SIMON VAN DER EYCKE) miteinander in Widerspruch stehende Kreisquadraturen ins Licht gebracht (veröffentlicht) worden, gegen die ich (nicht ohne große Ursache) zwei Bücher habe drucken lassen, damit dieselben mit Wahrheit widerlegt werden.

Das und anderes haben bewirkt, dieses Verfahren näher zu bedenken, und mit der Zeit zu weiterer Nachforschung geführt und zum Nachsuchen des hauptsächlichsten Verhältnisses, wodurch der vorgenannte teure Mann ARCHIMEDES zum Ausfindigmachen der besagten Proportion gekommen sein mag. Und nachdem der hochgelehrte, vorzügliche Liebhaber der mathematischen Künste, Meister IAN DE GROOT, Bürgermeister der Stadt Delft mir (als in der ARCHIMEDISCHEN Sprache unerfahren) dieselbe auf duytsch (holländisch) übersetzt hatte, ist mir große Begierde angekommen, das weiter zu untersuchen. Ich habe die große Arbeit klein, ja nicht geachtet, zu welcher mir der allmächtige Gott einen sicheren Weg und Mittel geoffenbart hat, wodurch ich die Seiten aller gleichseitigen Figuren von unzähligen Ecken, beim 3-, 4-, 5-, 15-Eck beginnend, ohne Mühe in irrationalen Zahlen finden kann. Nachdem ich diesen gefunden hatte und als zuverlässig wußte (hochgeborener Fürst, edle, weise und voraussehende Herren) war es für mich keine Kunst (aber große Arbeit, an der ich nicht gespart habe), die lange gesuchte Proportion zu finden: Nämlich wenn der Durchmesser eines Kreises 3,14159265358979323846 (im Original als Bruch geschrieben) mal genommen wird, kommt eine zu kurze gerade Linie, und den Durchmesser 3,14159265358979323847 mal genommen, kommt eine für den Umfang des Kreises zu lange gerade Linie. Das ist: So ein Kreis da wäre, dessen Mittellinie (Durchmesser) 1000000000000000000 (20 Nullen) Daumen (Zoll) oder ein anderes Maß lang wäre, dann müßte sein Umfang länger sein als 314159265358979323846 und kürzer als 314159265358979323847 desselben Maßes. Durch dieses Verhältnis können alle Kreise vollkommen gemessen werden, so daß keine Haaresbreite (wie man so sagt) zuviel oder zuwenig kommt, selbst wenn der Kreis größer als das ganze Erdreich wäre. Diese meine Erfindung habe ich durch Gottes Gnade im Jahr 1586 gefunden und dem vorgenannten Meister IAN DE GROOT und dem kunstreichen Meister SYMON STEVIJN, einem Mann von großem Verstand in diesen und vielen anderen Künsten, Meister GEDION FALETH, Sekretär der Stadt Amsterdam, ebenso ADRIAEN OCKERTSZ., beedeter Landmesser derselben Stadt, und dem hochgelehrten IOANNES WILHELMUS VELSIVS, Dr. zu Leeuwarden, auch SYMON FRANZ. VANDER MERWEN, Bürgermeister der Stadt Leiden⁵⁵⁾, und ADRIAEN ANTHONISZ., Bürgermeister der Stadt Alkmaar⁵⁶⁾, Ingenieur der Stände von Holland, und PIETER

⁵⁵⁾ Sein späterer Kollege an der Ingenieurschule in Leiden.

⁵⁶⁾ Latinisiert ADRIANUS ANTHONII (zirka 1527–1607, nach anderer Quelle 1543?–1620), Vater von ADRIAAN ADRIAANZ., besser bekannt unter dem Namen ADRIAN METIUS (1571–1635); der Vater fand etwa 1585 in einer verlorengegangenen Streitschrift gegen die falsche Kreisquadratur von SIMON VAN DER EYCKE unabhängig von VALENTIN OTHO, der ihn schon 1573 hatte, den vorzüglichen Näherungswert $355/113$ für π , der 3,14159292 . . . (wahrer Wert 3,14159265 . . .) entspricht (Unterschied: rund 0,00000027).

LANSZ. VANDER HOUCK, beedeter Landmesser von Delft, ebenso Meister MATHIJS MINTENS, französischer Schulmeister und Rechenmeister zu Leiden und zu guter Letzt dem hochgelehrten Mathematiker RUDOLPHUS SNELLIUS, Professor an der Universität Leiden (Rektor 1607, 1610 und 1611), diesen allen, wohlbewandert in der Kunst des Rechnens und Messens und in der kunstreichen Regel Cos oder Algebra, habe ich mein gefundenes Werk gezeigt.

Die „Erfindung“ besteht in einer gegenüber der ARCHIMEDISCHEN Rechnungsweise wesentlich bequemeren Methode, um aus der Seite eines regelmäßigen n -Ecks jeweils die Seite des $2n$ -Ecks, also mit doppelt so vielen Seiten, zu berechnen. Sie lautet auf Grund ganz einfacher geometrischer Überlegungen mit Hilfe des PYTHAGOREISCHEN Lehrsatzes⁵⁷⁾ als modern geschriebene Formel für das einbeschriebene Vieleck

$$s_{2n} = \sqrt{2 - \sqrt{4 - s_n^2}},$$

für das umbeschriebene Vieleck

$$S_{2n} = \frac{2\sqrt{2 - \sqrt{4 - s_n^2}}}{\sqrt{2 + \sqrt{4 - s_n^2}}}$$

(s_n = Seite des einbeschriebenen n -Ecks, s_{2n} = Seite des einbeschriebenen $2n$ -Ecks, S_{2n} = Seite des umbeschriebenen $2n$ -Ecks; Radius = 1). s_n entspricht trigonometrisch $2\sin\varphi$, s_{2n} daher $2\sin\varphi/2$; S_{2n} entspricht $2\tan\varphi/2$; dabei ist $\varphi = 360^\circ/2n = 180^\circ/n$.

Die Vorgangsweise, zumindest für die einbeschriebenen Vielecke, ist keineswegs neu: Sie findet sich schon im *Almagest (Syntaxis Mathematicae)* von KLAUDIUS PTOLEMAIOS von Alexandria (85?–165?)⁵⁸⁾ im zweiten nachchristlichen Jahrhundert und der Kommentator des indischen Mathematikers BHASKARA (1114–1185?), der um 1150 in seiner *Lilavati* $\frac{3927}{1280} = 3,1416$ als fast genauen Wert für π (neben dem ARCHIMEDISCHEN $22/7$ als groben Wert) angegeben hatte⁵⁹⁾, der berühmte indische Astronom GANESA, Sohn von CESAVA, hatte dasselbe Verfahren in einer etwas anderen Form 1545 angegeben, um zu zeigen, wie BHASKARA durch sechsmalige Verdopplung vom Sechseck bis zum 384-Eck die Zahl 3,1416 errechnet haben mußte⁶⁰⁾. Aber offensichtlich hatte VAN CEULEN selbständig diesen ja sehr naheliegenden und einfachen Weg gefunden, was sich deutlich an seinem sehr umständlichen Gedankengang zeigt.

Was VAN CEULEN noch mitbrachte, war eine unermüdliche Ausdauer und große Genauigkeit bei der Durchführung von Rechnungen mit sehr vielen Stellen.

Nachdem er in den ersten Kapiteln von *Van den Circkel* zeigt, wie man die Seiten von regelmäßigen Vielecken im Einheitskreis findet, insbesondere wenn man die Seitenzahl verdoppelt, bringt er im X. Kapitel in vier Tabellen die betreffenden Wurzelaustrücke für die Vielecke von 3 bis zu 3×2^{27} Seiten, von 4 bis zu 4×2^{25} , von 5 bis zu 5×2^{25} und von

⁵⁷⁾ Ableitung bei W. (WALTHER) LIETZMANN (1880–1959), *Altes und Neues vom Kreis*, Vierte Auflage, Mathematische Schülerbücherei Nr. 12 (Leipzig 1966), Seiten 47–49, nur für das einbeschriebene Vieleck bei EUGEN BEUTEL, *Die Quadratur des Kreises*, Mathematische Bibliothek 12 (Leipzig und Berlin 1913), Seiten 20 und 21; andere Darstellung bei BOSMANS, *Un Émule* (siehe Anmerkung 27), Seiten 99 und 100 (bei der dortigen Formel 4 fehlt der Faktor 2); dort auch die Methode VAN CEULENS, Seiten 102–107.

⁵⁸⁾ CLAUDII PTOLEMAEI *Opera quae exstant omnia* (alle Werke, die noch vorhanden sind), Volumen I *Syntaxis Mathematica*, herausgegeben von J. L. (JOHAN LUDVIG) HEIBERG (1854–1928), Leipzig 1898, Seiten 39–40.

⁵⁹⁾ 3,1416 hatte bereits ARYABHATA (geboren 476) in seinem Werk *Aryabhatiya* oder *Aryabhatiyam* (Vers 10: Vier addiert zu hundert, multipliziert mit acht, dann zweiundsechzigtausend dazu ist der näherungsweise Kreisumfang eines Durchmessers von zwei Zehntausendern. Modern $(4+100) \cdot 8 + 62000 = 62832$; $62832 : 20000 = 3,1416$). Siehe KURT ELFERING, *Über den Flächen- bzw. Rauminhalt von Dreieck und Pyramide sowie Kreis und Kugel bei ARYABHATA I.* in *Rechenpfennige*, Festschrift für KURT VOGEL, München 1968, Seite 65; englische Übersetzung *The Aryabhatiyam* von P. C. (PRABODH CHANDRA) SENGUPTA in *University of Calcutta, Journal of the Department of Letters*, Vol. XVI (Calcutta 1927), Seiten 16–18.

⁶⁰⁾ COLEBROOKE, *Algebra*, Seite 87.

60 (= 15×2^2) bis zu 15×2^{29} Seiten. (Die letzten Wurzelausdrücke sind wegen ihrer Länge nicht mehr angegeben, sondern folgen dem vorherigen Schema.)

Am Schluß heißt es:

Der Ursprung dieser Zahlen und wie sie zu finden sind, ist im 2., 3. und 4. Kapitel mit Beweisen gelehrt. Und es ist eine herrliche Sache. Ich bin dadurch dazu gekommen, das genaueste Verhältnis des Durchmessers zu seinem Umfang zu finden (wovon Gott allein die Ehre haben muß), wie folgt.

Sofort anschließend beginnt auf Folio 11 recto (Ausgabe 1596; Ausgabe 1615: 20 recto)

Das XI. Kapitel, worin gelehrt wird (durch diese vorhergehenden Zahlen) das Verhältnis des Durchmessers zu seinem Umfang so nahe als man begehrt zu finden.

Im Jahr nach unseres Seligmachers Christi Geburt 1586 im Monat September habe ich den vorher beschriebenen Weg gefunden, wodurch ich ohne Arbeit an die irrationalen Zahlen der in oder um einen Kreis beschriebenen Figurenseiten kommen konnte. Danach habe ich mir eine in den Kreis eingeschriebene Figur von 167772160 (5×2^{25}) Seiten vorgenommen . . .

VAN CEULEN berechnet zuerst $\sqrt{2\frac{1}{2} + \sqrt{1\frac{1}{4}}}$: Er zieht die Quadratwurzel aus $1,25 \times 10^{52}$ (125 mit 50 angehängten Nullen) und erhält eine 27stellige Zahl ($1,118 \dots \times 10^{26}$). Zum Ergebnis fügt er 2,5 und am Ende 25 Nullen hinzu. Dann zieht er neuerlich die Wurzel. Danach fügt er 24 mal 2 hinzu und zieht jedesmal die Wurzel auf 25 Dezimalstellen, indem er jedesmal vorher 25 Nullen anhängt. Die Zwischenergebnisse sind alle angegeben.

Unter Verwendung dieser Zahlen errechnet VAN CEULEN die Seite des eingeschriebenen und des umbeschriebenen 80-Ecks und kommt durch Multiplikation mit 80 zu dessen Umfang: mehr als 3,14 und weniger als 3,15, wenn der Durchmesser 1 ist.

Auf dieselbe Weise findet er den Umfang des 160-, 320-, 640-Ecks usw. und durch jedesmalige Verdopplung bis zum $10485760 \cdot (5 \times 2^{21})$ -Eck: 3,1415926535896 ist zu kurz und 3,1415926535898 ist zu lang — das heißt, 12 Dezimalstellen stimmen überein:

Näher habe ich durch die gesetzten 26 Zahlen (Stellen) nicht kommen können. Ursache: daß ich zuwenig Nullen gebraucht habe . . . Durch dieses Verhältnis kann man die Größe eines Kreises von vielhundert Meilen in der Runde finden, so nahe, daß keine Haaresbreite zuviel oder zuwenig kommen wird, sofern der Durchmesser bekannt ist . . .

Als nächstes beginnt VAN CEULEN mit dem Viereck, dessen Seite ($\sqrt{2}$) er auf 33 Dezimalstellen berechnet. Bei den weiteren Quadratwurzeln hängt er jedesmal 34 Nullen an, zieht also die Wurzel aus einer 68stelligen Zahl und erzielt so 34stellige Resultate. Auch hier druckt er diese alle (insgesamt 29 Stück) ab. Für das $1073741824 \cdot (2^{30})$ -Eck erhält er π auf 16 Stellen (mit einem Druckfehler: in der siebenten Dezimalstelle steht 0 statt richtig 6). Die hier angegebenen Zahlenwerte hat DIBUADIUS in die von uns zitierte Textstelle übernommen.

Vom $12 \cdot (3 \times 2^2)$ -Eck ausgehend und die Quadratwurzeln auf 33 bis 39 Dezimalstellen rechnend kommt VAN CEULEN anschließend für das $6442450944 \cdot (3 \times 2^{31})$ -Eck auf π mit 18 Dezimalstellen.

Schließlich schreitet er vom $60 \cdot (15 \times 2^2)$ -Eck, jeweils auf 40 Dezimalstellen genau rechnend, zum $32212254720 \cdot (15 \times 2^{31})$ -Eck und bekommt so π auf 20 Dezimalstellen. Er schreibt (Ausgabe 1596: Folio 14 recto; Ausgabe 1615: 24 recto):

Wer Lust hat, kann näher kommen. Ich danke dem allmächtigen Gott, durch den mir bekannt ist, wenn der Durchmesser eines Kreises 20000000000000000000 (20 Nullen) Zoll, Fuß, Ellen oder welches Maß man wünscht, ausmacht, dann ist sein Umfang in demselben Maße 628318530717958647694 zu lang und 628318530717958647692 zu kurz, das ist: Wenn der Durchmesser eines Kreises 1 ist, dann muß sein

Umfang mehr sein als 3,14159265358979323846 und weniger als 3,14159265358979323847. (Im Original als Bruch geschrieben.)

Durch dieses Verhältnis ist die Größe der Kreise von vielen hundert Meilen (sofern der Durchmesser bekannt wäre) zu finden, so nahe, daß keine Haaresbreite zuviel oder zuwenig kommen wird, wie hiernach (durch Beispiele) bewiesen werden wird.

Um herauszufinden, wie lange VAN CEULEN für seine Berechnungen gebraucht haben kann, hat der Verfasser die Wurzel aus einer 50stelligen Zahl gezogen und dafür rund 40 Minuten gebraucht. Für 26 Quadratwurzeln, die VAN CEULEN für π auf 12 Stellen ziehen mußte, wären demnach 1040 Minuten oder rund 17 Arbeitsstunden nötig. Das Wurzelziehen aus einer 80stelligen Zahl dauert, weil entsprechend mehr Zwischenmultiplikationen und Subtraktionen durchgeführt werden müssen, etwa 100 Minuten. Um π auf 20 Stellen zu berechnen, sind 34 solche Wurzeln erforderlich. Man kommt so auf etwa 3400 Minuten oder 57 Arbeitsstunden.

Unter der Annahme, daß man nicht viel mehr als 5 Stunden im Tag intensiv und ohne sich andauernd zu irren rechnen kann, hat VAN CEULEN also für π auf 12 Dezimalstellen 3 Tage und für 20 Stellen 12 Tage oder rund 2 Wochen gebraucht.

Für die spätere Berechnung von π auf 35 Dezimalstellen mußte VAN CEULEN 61 Wurzeln aus 150stelligen Zahlen ziehen, wobei jede etwa 6 Stunden Arbeitszeit in Anspruch nahm. Insgesamt hat VAN CEULEN daher größenordnungsmäßig rund 75 Tage oder zweieinhalb Monate aufgewendet. Es ist aber möglich, daß er ebenso wie er eine abgekürzte Division entwickelte, auch ein abgekürztes Wurzelziehen anwendete, so daß er weniger Zeit benötigte.

Van den Circkel enthält außer der Berechnung der Kreiszahl auf 20 Dezimalstellen noch etwas mathematisch sehr Bedeutsames, nämlich die Berechnung der Seiten von Vielecken, die nicht durch mehrfache Verdopplung der Seiten des 3-, 4-, 5- und 15-Ecks entstehen. (Die Seite des 15-Ecks berechnet VAN CEULEN auf Folio 5 verso auf 56 Dezimalstellen.)

Auf Folio 16 verso (Ausgabe 1596; Ausgabe 1615: 28 recto) beginnt

Das XIII. Kapitel, worin gelehrt wird, die Figurenseiten des 7-, 9-, 11-, 13-, 14-, 17-, 18-, 19- usw. -Ecks (welche Seiten bis jetzt unbekannt gewesen sind) auf cossische Gleichungen zu bringen und den Wert von einer Cos⁶¹⁾ oder res⁶²⁾ dazugestellt. Item (gleichfalls) sind darin alle Figurenseiten (Vieleckseiten), beginnend mit dem Dreieck bis zu den Seiten des 80-Ecks für einen Durchmesser von 20000000000000 (14 Nullen, das heißt auf 14 Dezimalstellen genau) zusammengestellt. Und noch viele andere in den Kreis einbeschriebene Figurenseiten.

VAN CEULEN bringt in diesem Kapitel jene goniometrischen Gleichungen, mit deren Hilfe man die Seiten von regelmäßigen Vielecken errechnen kann, deren Seitenzahl eine Primzahl ist. Und zwar wird hiezu zuerst die Seite des Vielecks mit doppelt so vielen Seiten berechnet. Zwei Beispiele: Die Seite des 22-(2×11-)Ecks ist die Lösung der Gleichung (modern geschrieben)

$$5x - 5x^3 + x^5 = \sqrt{2 - x}.$$

Die Seite des 58-(2×29-)Ecks ist die Lösung der Gleichung

$$7x + 7x^5 - 14x^3 - x^7 = \sqrt{2 - \sqrt{2 + x}}.$$

VAN CEULEN schildert zu Beginn des Kapitels, wie er zu diesen Gleichungen kam:

Die Ursache dieser meiner Erfindung ist der hochgelehrte ADRIAEN VAN ROMEN, Doktor und Professor, derzeit zu Würzburg im Lande zu Franken. Derselbe wünschte

⁶¹⁾ Cos oder Coß, von italienisch cosa, Sache, Ding, ist die Unbekannte. Sie wurde auch Radix (lateinisch: Wurzel) oder Res (lateinisch: Sache) genannt. Coß heißt auch die ganze Gleichungslehre, also die Algebra.

⁶²⁾ Hier steht das cossische Zeichen für die Unbekannte in der ersten Potenz, eine zusammenziehende Abkürzung für das lateinische Wort res. Für jede Potenz der Unbekannten gab es ein eigenes Zeichen oder eine Kombination mehrerer Zeichen.

von mir neben anderen kunstreichen Gleichungen in Cos (dergleichen bis zu dieser Zeit niemand zergliedern konnte) die Seiten der gleichseitigen (in den Kreise einbeschriebenen) Figuren von 9 und 45 Ecken. Die Gleichungen in Cos habe ich gelöst und an den vorgenannten ADRIAEN gesendet. Aber die gewünschten Seiten dünkten mir unfindbar zu sein. Ich wurde dennoch (durch des Mannes freundliches Begehren) gedrängt, daran zu arbeiten und zu suchen, so lange, bis ich einen Weg ohne Cos fand, wodurch ich zu meinem Gewünschten (wofür Gott die Ehre haben muß) kam und fand . . . (Es folgen die Seiten des 9- und 45-Ecks auf 16 Dezimalstellen.) Nachdem ich diese übersandt hatte, habe ich aus seinem Schreiben verstanden, daß er diese und andere (Berechnungen von Vieleckseiten) auf Gleichungen bringen konnte.

Hier ist es notwendig, das Zitat zu unterbrechen und VAN ROOMEN zu Wort kommen zu lassen, um auch die andere Hälfte der Geschehnisse kennenzulernen.

Auf der zweiten (nichtnumerierten) Seite der *Ideae Mathematicae* von 1593 (Hauptinhalt: die Seiten, Umfänge und Flächen regelmäßiger Vielecke, die sich aus vielfacher Verdopplung von 3-, 4-, 5- und 15-Eck ergeben) ist in der Widmung für den „sowohl gelehrtesten als auch berühmtesten Mathematiker unseres Jahrhunderts, Pater CHRISTOPHORUS CLAVIUS von der Gesellschaft Jesu“ zu lesen:

Als ich nämlich sah, daß die Vieleckslehre für die gesamte Mathematik so sehr notwendig sei, daß ohne sie die Grundlage der ganzen Mathematik, nämlich die Sehnentafel, überhaupt nicht bestehen könne, habe ich eifrig über diesem Studium gebrütet, um irgendein allgemeines Verfahren ausfindig zu machen, das zur Auffindung aller Vieleckseiten dient. Und nachdem ich mich schon mehrere Jahre dieser Aufgabe gewidmet hatte, zeigte sich mir zuletzt (wenn auch nicht zur selben Zeit) ein dreifacher Weg, dieses ganze Teilgebiet der Mathematik auf das genaueste zustandezubringen, von denen ich die ersten beiden (Wege) schon erledigt habe. Für den dritten (Weg) habe ich die Gleichung der Größen für alle regelmäßigen Figuren, vom Dreieck bis zu der, welche aus 80 Seiten besteht, bereits herausbekommen, und ich beabsichtige nicht, darüber hinaus weiter fortzuschreiten.

Auf welche Weise aber mit diesen Gleichungen die Seiten untersucht werden müssen, werde ich nicht lehren, sondern diese Aufgabe werde ich LUDOLFUS VAN COLLEN überlassen, der unstrittig der Bedeutendste aller Arithmetiker ist, die es gibt oder jemals gab. Damit er aus den von uns gefundenen Gleichungen durch algebraische Theorie die gesuchten Seiten aufspürt, was er, sobald er unsere Gleichungen erhielt, zu tun versprach.

Hier sei auch noch angemerkt, daß VAN ROOMEN nicht nur eine Sehnentafel, sondern auch eine Sinustafel berechnen wollte. VAN CEULEN schreibt nämlich in *Van den Circkel* auf Folio 6 recto (1596; Ausgabe 1615: Folio 12 verso):

Durch dieses und das folgende ist die Sinustafel anzufertigen, welche bald ins Licht kommen (veröffentlicht werden) soll, angefertigt von dem hochgelehrten ADRIAEN VAN ROMEN, mindestens für einen Durchmesser von 2000000000. (9 Nullen, das heißt, auf 9 Dezimalstellen genau.)

Die Sinustafel VAN ROOMENS ist nie erschienen, weil ihm OTHO 1596 mit dem *Opus Palatinum de Triangulis* (siehe Anmerkung 15) zuvorkam, das sogar auf 10 Dezimalstellen genau ist.

VAN CEULEN fährt an der angegebenen Stelle fort:

Nämlich wenn man für eine Seite des 9-Ecks $1x$ nimmt (VAN CEULEN verwendet das cossische Zeichen für die Unbekannte), kommt $3x - x^3$ (hier steht auch das cossische Zeichen für den Kubus der Unbekannten) gleich $\sqrt{3}$. Für $1x$ oder die Seite des 9-Ecks kommt . . . (derselbe Zahlenwert) wie oben. Item hat er mir folgende Gleichungen gesandt. (Es folgen die Gleichung 9. Grades zu Berechnung der Seite des 27-Ecks und die Gleichung 7. Grades zur Berechnung der Seite des 14-Ecks, wobei VAN CEULEN

die cossischen Zeichen für die 3., 5., 7. und 9. Potenz der Unbekannten verwendet.) Die Werte von $1 x$ habe ich mit großer Arbeit gesucht (da mir unbekannt war, welchem Zweck diese letzten zwei Gleichungen dienen) und für $1 x$ gefunden . . . (Es folgen die Seiten des 27- und des 14-Ecks auf 14 Dezimalstellen.)

Danach habe ich folgende schwere Frage empfangen. (Es folgt die Gleichung 30. Grades mit den entsprechenden cossischen Zeichen für die Potenzen der Unbekannten, mit der man die Seite des 225-Ecks bestimmt.) Hier habe ich zuerst auf beiden Seiten (der Gleichung) die Quadratwurzel gezogen und aus den cossischen Characteren (Schriftzeichen) . . . (Es folgt eine Gleichung 15. Grades, als deren Lösung VAN CEULEN durch Näherungsmethoden eine Zahl auf 15 Dezimalstellen ermittelt, offensichtlich ohne zuerst zu wissen, daß es sich dabei um die Länge der Seite des 225-Ecks handelt.) . . . und für den Wert von $1 x$. . . gefunden.

Danach habe ich folgende kunstreiche Frage empfangen.

(Aus 9 Gleichungen sind 9 Unbekannte zu finden, die sich, wie VAN CEULEN in der Lösung feststellt, als die Seiten des 3-, 9-, 15-, 27-, 45-, 75-, 135-, 225- und 675-Eck herausstellen. Die Seite des 675-Ecks wird uns später im Zusammenhang mit der berühmten Gleichung 45. Grades noch beschäftigen.) Frage: Wie groß ist jede Zahl und das so nahe, daß kein 10^{-24} (in Wirklichkeit als Bruch geschrieben) zu groß oder zu klein komme? Und gleichzeitig damit wurde ich nach der Sehne von einer (Bogen-) Minute gefragt, so nahe (genau) wie oben.

Fürwahr, diese Beantwortung dünkte mir allzu schwer zu sein. Weil die Zahlen so genau wie oben gewünscht gesucht werden mußten, habe ich ihm (ADRIAEN VAN ROMEN) deshalb geschrieben, wenn es möglich wäre, die Zahlen (oder Seiten der Figuren) zu übersenden, bezogen auf den Durchmesser des Kreises von 20000000000000 (14 Nullen) Teilen (also auf 14 Dezimalstellen genau), was also vollbracht ist (?). Nachdem dies getan war, ist mir solche Lust und Begierde angekommen, die vorher beschriebenen Zahlen so nahe (genau) zu suchen als oben gewünscht, nämlich in Bezug auf den Durchmesser von 200000000000000000000000 (24 Nullen) Teilen (also auf 24 Dezimalstellen genau), daß ich die große Arbeit nicht achtete. Ich bin mit einem starken Vorsatz daran gegangen (und (habe) alle Schwierigkeiten beiseitegeschoben, mit denen ich beladen war) und (habe) nicht geruht, bevor ich nicht (mit Gottes Hilfe) dasjenige gefunden hatte, was von mir begehrt wurde, und dasselbe dem vorgenannten ADRIAEN gesendet, wie man hier darunter sehen kann. (Es folgen die Lösungen auf 24 Dezimalstellen genau.)

Die vorhergehende, diese und noch andere an mich gesandte kunstreiche Gleichungen haben mich veranlaßt, zu suchen, durch welche Mittel sie gefunden werden und dazu habe ich eine Figur, wie die hier daneben gezeichnete, angefertigt.

VAN CEULEN leitet nun die entsprechenden Gleichungen ab, um die Seiten des 9-, des 18-, des 14- und des 7-Ecks zu finden⁶³). Dann fährt er fort:

Das in den Kreis einbeschriebene 11- und 13-Eck habe ich auf Gleichungen gebracht, was eine schwere Sache ist, und werde dieselbe aufheben, bis meine Geometria gedruckt wird, worin dieselben mit dem 7-Eck und anderen gefunden werden werden. Die vorgenannten (Vielecke) sind viel leichter durch die hier nebenstehende Figur zu bekommen, worin DE eine Seite des 22-Ecks ist.

Aus der Zeichnung wird die vorher genannte Gleichung für die Seite des 22-Ecks abgeleitet⁶⁴).

Auf ähnliche Weise stellt VAN CEULEN die Gleichungen für die Seiten des 26-, des 34-,

⁶³) Siehe die moderne Darstellung der Ableitung für das 9-Eck bei BOSMANS, *Un Émule* (Anmerkung 27), Seiten 121–124.

⁶⁴) Moderne Ableitung dieser Art von Aufgaben bei BOSMANS, *Un Émule*, Seiten 130–134.

38-, 46-, 58-Ecks usw. bis zum 158-Eck auf und findet so auch die Seiten des 13-, 17-, 19-, 23-, 29-Ecks usw. bis zum 79-Eck. Alle diese Seiten benötigt er für eine Tabelle (Ausgabe 1596: Folio 19 verso; Ausgabe 1615: 32 verso), in der er die Seiten aller Vielecke vom 3-Eck bis zum 80-Eck auf 14 Dezimalstellen genau bringt.

Fassen wir zusammen: VAN ROOMEN hat unabhängig von VIÈTE um 1590 die Winkelteilungsgleichungen und die Gleichungen zur Berechnung aller Vieleckseiten gefunden. VAN CEULEN hat diese ihm von VAN ROOMEN zugesandten Gleichungen mit von ihm entwickelten Näherungsmethoden auf viele Dezimalstellen genau gelöst und ist dabei selbst auf die Methode gekommen, wie man die betreffenden Gleichungen aufstellt. In *Van den Circkel* sind zum ersten Mal (Ausgabe 1596: Folio 18 recto bis 19 recto; Ausgabe 1615: Folio 30 recto bis 32 recto) explizite alle Gleichungen 2. bis 17. Grades⁶⁵ für die Berechnung der Seiten jener regelmäßigen Vielecke angegeben, deren Seitenzahl 2 mal eine Primzahl, von 14 (2×7) bis 158 (2×79), ist.

Interessant ist vielleicht auch noch, wie VAN CEULEN die Seite eines 100 000-Ecks sowie die Sehne von einer Bogensekunde ermittelt, was er im XIII. Kapitel zeigt, worin gelehrt wird, wie man die Sehnen oder Seiten, die einer oder 2, 3, 4 usw. Sekunden untergezogen sind, und viele andere Seiten findet.

Er sucht zuerst die Seiten des 98 304- (3×2^{15} -) und des 196 608- (3×2^{16} -)Ecks, zwischen denen das 100 000-Eck liegt. Mit seinen Zwischenergebnissen bei der Berechnung der Zahl π mit Hilfe der 12×2^n -Ecke erhält er für die beiden Seiten (modern geschrieben) 0,000063915866151 und 0,000031957933079. $100000 : 98304 = 1$ Ganzes $1696/98304$, durch 32 gekürzt, 1 Ganzes $53/3072$. Durch diesen Wert dividiert VAN CEULEN die größere Seite und bekommt 0,0000628185306. $100000 : 196608$ ergibt durch 32 gekürzt $3125/6144$. Wird die kleinere Seite durch diesen Wert dividiert, resultiert dieselbe Zahl. VAN CEULEN gibt daher die Seite des 100 000-Ecks als kleiner als 0,000062818531 und größer als 0,0000628318530 an.

Ebenso bestimmt VAN CEULEN die Sehne des Bogens von einer Sekunde; der Bogen ist der 1296 000. Teil von 360 Grad. Dies liegt zwischen dem 1048576- (2^{20} -) und dem 2097152- (2^{21} -)Eck. Wieder geht er proportional vor und ermittelt die richtige Sehne, genau so auch die Seite eines 77760000-Ecks, dessen Bogen dem 60. Teil einer Sekunde — er spricht von „Tertie“ — entspricht.

Diese Methode ist natürlich nur für sehr kleine Winkel und nur für jene Dezimalstellen zulässig, die bei Verdopplung der Seitenzahl genau die halbe Länge der Seite ergeben. So ist im ersten Fall 0,0000319 . . . , mit Ausnahme der letzten Dezimalstelle, genau die Hälfte von 0,0000639 . . . Hier sind Sehne und Bogen, α und $\sin \alpha$ oder genauer $2 \sin \alpha / 2$ bereits gleich groß, was sich daran zeigt, daß die errechnete Sehne des 100 000-Ecks mit 50 000 multipliziert $3,14159265\%$, also den richtigen Wert von π auf 8 Dezimalstellen gibt.

3. POSTHUME WERKE

Zu Lebzeiten hat VAN CEULEN „wegen seiner vielfältigen, sowohl öffentlichen als auch privaten Beschäftigungen“, wie seine Witwe ADRIANA SIMONS in dem aus seinen nachgelassenen Schriften fünf Jahre nach seinem Tode herausgegebenen Werk *De Arithmetische en Geometrische fondamenten, Met het ghebruyck van dien In' veele verscheydene constighe questien, soo Geometrice door linien, als Arithmetice door irrationale ghetallen, oock door den regel Coss, ende de tafelen sinuum ghesolveert* (Die arithmetischen und geometrischen Grundlagen, mit deren Gebrauch in vielen verschiedenen künstlichen Fragen, sowohl geometrisch durch Linien als

⁶⁵) Bei der Lösung der zehngliedrigen Gleichung 17. Grades schreibt VAN CEULEN (Folio 19 recto):

Mit Lust und Arbeit habe ich für $1x$, das ist eine Seite des 134-Ecks, . . . (der Zahlenwert ist auf 16 Dezimalstellen genau) gefunden.

arithmetisch durch irrationale Zahlen, auch durch die Regel Coss und die Sinus-Tafeln gelöst, Leiden 1615, 275 Seiten) in der Widmung schreibt, nichts weiter mehr veröffentlicht.

Zumindest ein Teil der *Fundamenten* wurde bereits in den Jahren 1599 und 1600 verfaßt. Auf Seite 212 heißt es nämlich „... in diesem gegenwärtigen Jahr 1599 ...“ und auf Seite 244 „... im vorigen Jahr Anno 1599 ...“

Begonnen muß VAN CEULEN die *Fundamenten* noch früher haben, weil er schon 1596 in *Van den Circkel* auf Folio 18 recto schreibt:

... und aus meinen Fundamenten (mit u) im zweiten Kapitel bewiesen.

In den *Fundamenten*, keinem zusammenhängenden Lehrbuch, sondern einer Mischung arithmetischer, geometrischer, trigonometrischer und algebraischer Probleme⁶⁶), steht auf Seite 163:

Obwohl man durch diese (Zahl: nämlich π auf 20 Dezimalstellen in *Van den Circkel*) alle Kreise vermessen kann, welche auf dieser Erde vorgestellt werden können, hat dennoch mein Gelüst, dieses Verhältnis mit Hilfe meines Schülers PIETER CORNELISZ. viel genauer zu suchen (ergeben), nämlich den Durchmesser 3,141592653589-79323846264338327950mal genommen, kommt zu wenig, und 3,14159265358979323-846264338327951 mal genommen, kommt eine Gerade, die länger als der Umfang des Kreises ist.

Die Dezimalstellen sind in Wirklichkeit als Brüche geschrieben. Irrtümlicherweise hat der Nenner in beiden Fällen 1 mit 34 Nullen statt richtig 32. Davon kommt vielleicht die falsche Angabe in manchen Büchern, VAN CEULEN habe die Zahl π auf 34 Stellen errechnet. In Wirklichkeit liegt π hier mit 32 Dezimalen gedruckt vor — nur um eine mehr als bei DYBVAD 1603 —, allerdings ohne Angabe, mit welchem Vieleck es berechnet wurde.

Im gleichen Jahr 1615 gab ADRIANA SYMONS auch eine zweite Ausgabe von *Van den Circkel*, „von neuem durchgesehen und von allen vorhergehenden Fehlern verbessert“ (Leiden 1615) in kleinerem Format heraus, in der auch die drei kleineren Arbeiten nachgedruckt sind. (Im Titel heißt es: „schließlich vermehrt mit drei Traktätchen, worin durch den Autor beide von SYMON VANDER EYCKE herausgegebenen Erfindungen der Kreisquadratur widerlegt werden. Mit noch der Beantwortung einiger angeschlagener geometrischer Fragen“. 348 Seiten.)

WILLEBRORD SNELLIUS R. F. (Abkürzung für RUDOLPHI Filius, Sohn des RUDOLPHUS, SNEL VAN ROIJEN, 1580 oder 1581—1626, Entdecker des Brechungsgesetzes, ein Schüler VAN CEULENS, der bereits 1599 Probleme mit ihm austauschte⁶⁷), veröffentlichte ebenfalls 1615 eine sehr frei übersetzte, stark umgearbeitete und schlampig und nachlässig gedruckte,

⁶⁶) Interessant sind die Flächenverwandlungs- und Teilungsaufgaben im dritten Teil, worin aus dem vorhergehenden Grund gelehrt wird, auf mancherlei Arten die Figuren zu verändern, ebenso sie nach Wunsch zu teilen, etwas hinzuzufügen und abzuschneiden, welche Teile oder andere Größen man will.

⁶⁷) WILLEBRORD SNEL (meist fälschlich SNELL mit zwei L geschrieben) ist nicht, wie manche Werke schreiben, 1591 geboren, sondern 1580 oder 1581. Dies ergibt sich nicht nur aus der Angabe in CANTOR, *Vorlesungen II* (1913), Seite 654, wonach er schon im Einwohnerverzeichnis von Leiden aus dem Jahr 1581 angeführt ist und sein Alter im Jahr 1600 selbst mit 19 Jahren angab, sondern auch daraus (was auch bei CANTOR zu finden ist), daß er laut *Album Studiosorum Academiae Lugduno Batavae MDLXXV—MDCCCLXXV* (Liste der Studenten der Universität Leiden 1575—1875, Den Haag 1875), Spalte 28, bereits am 1. September 1590 als Student der Wissenschaften immatrikuliert wurde. Aus den Altersangaben in den Studentenlisten, die erst seit 1595 zum latinisierten Namen und zu Geburtsort oder Nationalität hinzugesetzt wurden, ergibt sich, daß gelegentlich schon Neun- oder Zehnjährige zum Studium zugelassen wurden (erst später wurde ein Mindestalter von 16 Jahren festgesetzt) und der kleine WILLEBRORD soll ein mathematisches Wunderkind gewesen sein, das bereits mit 12 Jahren das mathematische Wissen seiner Zeit beherrscht haben soll. Ebenso wie VAN CEULEN sind auch SNEL, SCALIGER und der Sektengründer ARMINIUS in der Pieterskirche in Leiden beigesetzt, doch sind ihre Grabsteine bis heute erhalten geblieben. (Das Geburtsjahr SNELS läßt sich nicht feststellen, da die Taufbücher im Leidener Gemeindearchiv erst von 1620 an vorhanden sind. Auch MEURSIUS gibt in *Athenae Batavae*, Seite 297, im Lebenslauf SNELS kein Geburtsjahr an.)

273 Seiten starke lateinische Übersetzung der *Fundamenten*. SNEL ließ Passagen aus, kürzte, fügte hinzu und stellte die Reihenfolge um. Schon der Titel *Fundamemta* (sic) *Arithmetica et Geometrica* von einigen Exemplaren enthält einen unkorrigierten Satzfehler. Die 32 Dezimalen von π findet man auf Seite 144.

Vier Jahre später ließ SNEL das Buch LUDOLPHI A CEULEN *De Circulo & Adscriptis Liber* (LUDOLPHUS VAN CEULENS Buch über den Kreis und Hinzugefügtes, Leiden 1619, 284 Seiten) folgen, das keineswegs, wie der Titel vermuten läßt, eine Übersetzung von *Van den Circkel* ist, sondern zum größten Teil eine Neuausgabe, gelegentlich sogar nur ein Neudruck von fünf der sechs Bücher der *Fundamenta* (π auf 32 Dezimalen auf Seite 92), und nur am Schluß oder am Anfang (je nachdem wie es der Buchbinder machte) mit eigener Paginierung einen Auszug von etwa einem Sechstel aus dem Buch über den Kreis enthält (hier π auf 20 Dezimalstellen auf Seite 32). Das Buch ist besonders schlampig gedruckt und die Paginierung ist völlig wirt: Seitenzahlen fehlen, sind verdruckt oder doppelt.

BOSMANS spricht in *Un Émule* (Seite 96) die Vermutung aus, daß SNEL durch die enormen Rechnungen VAN CEULENS, die man meist viel kürzer hätte durchführen können, ungeduldig wurde und ermüdete und deshalb *Van den Circkel* nicht weiter übersetzte. Durch die lateinischen Ausgaben (es gab auch eine Ausgabe der *Fundamenta* Amsterdam 1617, die durch Exemplare von 1615, nur mit einem neuen Titel versehen, gebildet wurde) wurden die Werke LUDOLPH VAN CEULENS im Ausland besser bekannt, allerdings durch die sehr stark veränderte Übersetzung und Überarbeitung und die vielen Satzfehler recht unvollkommen und schlecht.

Während die Bewohner Leidens in der dortigen Pieterskirche die zwischen 1603 und 1610 von LUDOLPH VAN CEULEN errechnete Zahl π auf 35 Dezimalstellen schon bald nach seinem Tode auf seinem Grabstein lesen konnten, wohl einem recht merkwürdigen Platz für die Erstveröffentlichung einer mathematischen Leistung, erschien der Zahlenwert erst 1621 in einem Buch von WILLEBRORD SNEL in Druck: Im *Cyclometricus, De Circuli dimensione secundum Logistarum abacos* (Der Kreismesser, Über die Ausmessung des Kreises gemäß den Rechenkünsten der Rechner, Leiden 1621) ist auf den Seiten 54 und 55 (im Zusammenhang mit einer Methode SNELS, aus einem bestimmten Vieleck mehr als doppelt so viele Dezimalstellen für π zu gewinnen als mit dem Verfahren VAN CEULENS⁶⁸) zu lesen:

Ein überaus genauer (gewissenhafter) Rechner, unser LUDOLPHUS, führte dieselbe Erfindung der einbeschriebenen (Seiten), von der Quadratseite ausgehend, sechzig Mal fort (das heißt, er verdoppelte die Seitenzahl 60 Mal bis zum 4×2^{60} - oder 2^{62} -Eck), wobei er den Durchmesser der Kreise mit 75 (Stellen) festlegte (das heißt, er rechnete mit 75 Stellen, an die er jeweils 75 Nullen anhängte, so daß er 61mal Wurzeln aus Zahlen mit 150 Stellen zog), und daraus drückte er uns mit höchster Anstrengung schließlich jene Grenzen aus, die er deshalb anordnete, gleichsam als Zeugen der erduldeten Strapazen, auf seinem Grabmal einzumeißeln.

3,14159,26535,89793,23846,26433,83279,50289

3,14159,26533,89793,23846,26433,83279,50288⁶⁹).

⁶⁸) SNELS Methode beruht, modern geschrieben auf der Ungleichung $\frac{3 \sin t}{2 + \cos t} < t < 2 \sin t/3 + \tan t/3$, wobei t der Bogen $180/n$ (n die Seitenzahl des Vielecks) ist. Die linke Ungleichung hatte schon NICOLAUS CUSANUS 1458 in *De mathematica — oder mathematicis — perfectione* (Von der mathematischen Vollkommenheit, *Opera*, Basel 1565, Seiten 1110–1154) aufgestellt. Siehe hierzu CANTOR, *Vorlesungen*, II (1913), Seiten 199–201 und 705–706. Ableitung der Näherungsformeln bei BEUTEL, *Die Quadratur des Kreises*, Seiten 26–27 und 33–34. Um π zu erhalten, müssen die Ergebnisse noch mit der Seitenzahl des Vielecks multipliziert werden.

Mit den beiden Ungleichungen erhält man, wie SNEL auf der 18. und 19. nichtnumerierten Seite des *Cyclometricus* feststellt, für das Sechseck bereits jene Grenzen für π , die ARCHIMEDES nach der vierten Winkelzweiteilung „nur mit Mühe“ aus dem $96-(6 \times 2^4)$ -Eck erlangte. Das 96-Eck selbst liefert, wie SNEL weiter schreibt, (mit seiner Methode) 3,1415926 als zu klein und 3,1415927 als zu groß (das heißt, sieben richtige Dezimalstellen). Die zugehörigen Rechnungen sind auf den Seiten 46–48 und 50 zu finden.

7. DIE LEISTUNGEN VAN CEULENS

Im Februar 1967 wurde beim Commissariat à l'Énergie Atomique in Paris die Zahl π mit einem Computer innerhalb von 28 Stunden und 10 Minuten auf 500 000 Dezimalen berechnet⁷⁰). Angesichts dessen mag uns LUDOLPH VAN CEULEN, der für seine 20 bis 35 Stellen mehrere Wochen benötigte, als nichts weiter als ein ausdauernder und genauer Rechner erscheinen, der nichts Bleibendes für die Wissenschaft geschaffen hat. Aber ein solches Urteil wäre ungerecht: Nicht nur darf man einen Gelehrten früherer Epochen natürlich nicht nach dem heutigen Standard einschätzen, sondern muß ihn an seiner Zeit und seinen Zeitgenossen — und hier VAN CEULEN auch an den stümperhaften Kreisquadratoren — messen, es ist auch das unvermeidliche Schicksal des Großteils der Forscher, daß sich ihre Leistungen nicht als Gipfelpunkte, sondern meist nur als bloße Zwischenstufen erweisen, auf denen die Nachkommen weiterbauen und die sogar später oft übersprungen werden⁷¹). Aber abgesehen davon war LUDOLPH VAN CEULEN trotz oder gerade wegen seiner Bildungslücken, weil er sich vieles selbst entwickeln mußte, ein hervorragender und origineller Mathematiker.

⁶⁹) Die zweite Zahl enthält in der zehnten Dezimalstelle einen Setzfehler: 3 statt richtig 5. 2^{62} ist mehr als 4,6 Trillionen.

SNEL erzielt mit seiner Methode, wie er vorher im einzelnen darlegt, 34 Dezimalstellen von π bereits mit dem 2^{30} -Eck, das VAN CEULEN nur 16 Dezimalstellen lieferte. Zu den 35 Dezimalstellen VAN CEULENS sagt SNEL daher anschließend an die beiden 36stelligen Zahlen:

Du (damit ist der Leser angesprochen) siehst selbst, daß er uns mit ungeheurer Mühe gerade nur um einzige Ziffer (unica nota) übertrifft und wir bei der vierunddreißigsten Ziffer (circulus, Kreislein; gemeint sind die kreisförmigen Nullen des Nenners) aufhören und er bei der fünfunddreißigsten.

SNEL konnte die Werte der Winkelfunktionen, die er für seine Eingrenzung von π auf 34 Dezimalstellen benötigte, natürlich keiner trigonometrischen Tabelle entnehmen. Er berechnete daher nach der Methode VAN CEULENS (Wurzelschachtelrechnungen) die Seite des einbeschriebenen und die des umbeschriebenen $1073741824-(2^{30})$ -Ecks — die $2\sin 180^\circ/2^{30}$ und $2\tan 180^\circ/2^{30}$ entsprechen — auf 46 Dezimalstellen. Im Zuge der Rechnung ergab sich auch der Cosinus. Bei der Anwendung der Formel $2\sin t/3 + \tan t/3$ verwendete SNEL in Wirklichkeit die einbeschriebene und die umbeschriebene Seite des 2^{30} -Ecks, also das Doppelte von Sinus und Tangens, multiplizierte die Summe dann mit der Seitenzahl $1073741824/3$ und erhielt so 2π .

Der Jesuit CHRISTOPHORUS GRIENBERGER (1561–1636, geboren in Hall in Tirol), Schüler und Nachfolger von CLAVIUS am Collegium Germanicum in Rom, bestätigte neun Jahre später die Richtigkeit der 35 Dezimalstellen VAN CEULENS. Er schreibt auf Folio 5 verso seiner *Elementa Trigonometrica, id est Sinus Tangentes, Secantes In Partibus Sinus Totius 100000* (Trigonometrische Elemente, das ist Sinus, Tangens, Secans in 100 000 Teilen des Radius (das heißt, auf 5 Dezimalstellen genau), Rom 1630), daß er den Unterweisungen SNELS folgend und vom Bogen von 3 Grad (120 - oder 15×2^3 -Eck) ausgehend durch fortlaufende Zweiteilungen versuchte, ob er denselben Umfang wie LUDOLPHUS hervorbringen könne:

Die Sache gelang völlig nach Wunsch. Denn ich ermittelte dieselben 35 Ziffern und beseitigte so allen Anlaß zum Zweifeln, welcher um Rechnungen dieser Art zu entstehen pflegt.

Anschließend bringt GRIENBERGER π auf 39 Dezimalstellen, von denen 38 stimmen.

⁷⁰) JEAN GUILLOUD, MICHÈLE DICHAMPT, *500000 Décimales de π* , Commissariat à l'Énergie Atomique, 26. Februar 1967. (1 Seite Chronologie der Berechnungen der Zahl π , 100 Seiten zu je 5000 Dezimalen, 3 Seiten Anhang über den Rechenvorgang.) $\pi/64$ wurde mit der ersten Formel von CARL FRIEDRICH GAUSS (1777–1855, *Werke*, II, Göttingen 1876, Seite 525) aus drei Arcustangensreihen berechnet. Eine Kontrollrechnung mit der Formel (1896) von CARL FREDRIK MÜLERTZ STÖRMER (1874–1957) dauerte 16 Stunden und 35 Minuten. Verwendet wurde ein Computer vom Typ 6600 Control Data.

⁷¹) Seit der zweiten Hälfte des 17. Jahrhunderts verwendet man nicht mehr die von VAN CEULEN und anderen (SNEL) verfeinerte Methode von ARCHIMEDES der ein- und umbeschriebenen Vielecke zur Berechnung von π , sondern auf Grund analytischer Methoden konvergierende (und zwar rasch konvergierende) unendliche Reihen; siehe Anmerkungen 2 (MACCHIN) und 70.

1. DIE GLEICHUNG 45. GRADES

In den mathemathikhistorischen Werken⁷²⁾ wird besonders verzeichnet, daß VIÈTE (im Oktober 1594) eine allen Mathematikern der ganzen Welt von ADRIAAN VAN ROOMEN in den *Ideae Mathematicae* im Jahr 1593 gestellte Gleichung 45. Grades sofort — „Problema ADRIANICUM ut legi ut solvi“ (sowie ich das ADRIANISCHE Problem las, löste ich es⁷³⁾) — als goniometrische Gleichung (Winkelteilungsgleichung) erkannte und die Hauptlösung gleich und die 22 positiven Nebenlösungen einen Tag später angab — offensichtlich entnahm er sie einer Sinustabelle —, doch wird nie erwähnt, daß LUDOLPH VAN CEULEN die Hauptlösung ebenfalls, und zwar auf 24 Stellen genau, lieferte. (VIÈTE begnügte sich mit 8 Stellen.)

Diese interessante mathemathikhistorische Begebenheit möge — da dies noch nie gesehen ist — hier im Detail dargestellt werden.

In den *Ideae Mathematicae* beschreibt ADRIANUS ROMANUS im Vorwort an den „wißbegierigen Leser“ in alphabetischer Reihenfolge elf zu seiner Zeit lebende Gelehrte, von denen er weiß, daß sie „Tag und Nacht auf diesem gelehrten mathemathischen Gebiet tätig sind“.

Am ausführlichsten schreibt er (auf der 10. nichtnummerierten Seite) über LUDOLPH VAN CEULEN:

LUDOLF VAN COLLEN, ein Mann, der wie nur irgendeiner der Geheimnisse der Mathematik äußerst kundig ist, dessengleichen in der Arithmetik kein Zeitalter bis jetzt hatte und auch schwerlich haben wird. Man kann ihm keinen noch so verschlungenen Knoten in der Algebra vorlegen, den er nicht zu lösen verspräche. Daher versicherte er mir oft und bewies es auch durch die Tat, daß man nicht so viele algebraische Glieder (in einer Gleichung) gleichsetzen kann, auch wenn 20 oder 30 (Glieder) angesetzt würden, daß er nicht den Wert der einzelnen (Wurzeln) in gewöhnlichen Zahlen liefern könnte, auch wenn die gesuchten Größen in einer absurden (negativen) Zahl (wie man sagt) ausgedrückt werden müßten. Und er versprach dies so genau zu tun, daß er von der wirklichen (Zahl) nicht eine einzige Einheit (der letzten Dezimalstelle) oder den tausend mal tausend mal tausendsten (milliardsten) Teil abzuweichen gezwungen sei.

Auf diesem Gebiet konnten CARDANUS (GEROLAMO oder GIROLAMO CARDANO, 1501—1576), STIPHELIUS (MICHAEL STIFEL, 1487?—1567), IANVERUS (CHRISTOFF RUDOLFF, gebürtig aus Jauer in Schlesien, 1500?—1545?), GOSSELINUS (GUILLAUME GOSSELIN, lebte 1578), FORCADELLUS (PIERRE FORCADEL, 1520—1576?), SCEUBELIUS (JOHANN SCHEYBL, 1494—1570), PELETARIUS (JACQUES PELETIER, 1517—1582), LUCAS (Fra LUCA PACIOLI, 1445/50—1517), VILAFRANCUS (ESTIENNE DE LA ROCHE, genannt VILLEFRANCHE, lebte 1520), TARTAGLIA (NICOLO TARTAGLIA, 1499/1500—1557), NONIUS (PEDRO NUNES oder PETRUS NONTIUS, 1502—1578) und die übrigen Männer der vorhergehenden Zeit nicht einmal bei drei miteinander in Beziehung gesetzten Gleichungsgliedern (zum Beispiel, wenn der Kubus der Wurzel und einer Zahl, das ist, eine dritte Größe (gemeint ist dritte Potenz der Unbekannten) einer ersten (Potenz) mit einer hinzugefügten absoluten (Zahl) gleichgesetzt wird⁷⁴⁾) die einzelne (Wurzel) mit irgendeiner allgemeinen Regel herausfinden. Wenn sich aber in irgendeinem Winkel der Welt irgendjemand finden könnte, der mit jenem in den Ring zu steigen wagt, will ich das Thema dazu liefern. Er soll das am Ende dieses Vorworts angegebene Beispiel lösen, in welchem 24 Größen (Gleichungsglieder, Potenzen) miteinander in Beziehung

⁷²⁾ Siehe beispielsweise CANTOR, *Vorlesungen*, II (1913), Seiten 605—608, oder HOFMANN, *Geschichte der Mathematik*, I (2. Auflage 1963), Seiten 154/155. Die mathemathisch detaillierteste Darstellung in GUIDO (oder GUIDO) VETTER (1881—1961), *Sur L'Équation Du Quarante-Cinquième Degré d'ADRIAAN VAN ROOMEN* im *Bulletin des Sciences Mathématiques*, Deuxième Série, Tome LIV (Paris 1930), Seiten 277—283.

⁷³⁾ *Opera Mathematica*, 1646/1970, Seite 305.

⁷⁴⁾ $x^3 = px + q$. Das ist bei bestimmten Zahlenwerten der casus irreducibilis der kubischen Gleichungen, nämlich wenn $p^3/27 > q^2/4$.

gesetzt werden. Ich zweifle nicht, daß LUDOLFUS das tun wird, sobald er mein Buch gesehen hat und sich an dessen Lösung macht. Nicht nur in der Algebra, sondern auch in den übrigen sehr geheimnisvollen Teilen der Mathematik wie in der Geometrie, der Statik und in den übrigen (Teilen), ist er derart bewandert, daß er nichts anderes als die einzelnen Teile in seiner ganzen Lebenszeit durchforscht zu haben scheint. Sogar so wandte er die Mathematik zum Vorteil an, daß er die athletische Kunst (in der er sehr geübt ist und aus dessen Schule gleichwie aus einem trojanischen Pferd alle übrigen hervorgegangen sind, die in Belgien diese Kunst lehren) durch geometrische Berechnung bestätigte und erläuterte.

Auf der 14. nichtnummerierten Seite der *Ideae Mathematicae* steht dann das „Problema Mathematicum omnibus totius orbis Mathematicis ad construendum propositum“ (allen Mathematikern der ganzen Welt zur Lösung öffentlich vorgelegte mathematische Problem), eine Gleichung 45. Grades, bei der aber nur die 23 ungeradzahligten Potenzen der Unbekannten von 1 bis 45, jeweils mit einem abwechselnd positiven oder negativen Koeffizienten versehen, vorkommen.

VAN ROOMEN bringt drei Beispiele dafür, wie groß die Unbekannte ist, wenn die Summe der 23 Glieder bestimmte Werte ergibt (wobei er beim zweiten Beispiel einen Fehler macht), und fragt dann nach der Unbekannten, wenn die Summe einen bestimmten Wurzel Ausdruck ergibt, der ausgerechnet in moderner Schreibweise $0,415823381634\dots$ ausmacht. Es sei gleich vermerkt, daß dieser Wert die Sehne des Bogens von 24 Grad, das heißt die Sehne des 15-Ecks im Einheitskreis (also $2 \sin 12^\circ$) ist.

Die Gleichung 45. Grades ist in Wirklichkeit keine algebraische, sondern eine goniometrische: Für den Eingeweihten erweist sie sich als die Formel, mit deren Hilfe man aus einer gegebenen Sehne ($2 \sin \alpha$; α ist der halbe Winkel des Bogens) die Sehne des 45fachen Bogens ($2 \sin 45 \alpha$) im Einheitskreis errechnet.

Das heißt, wenn umgekehrt die Sehne des 45fachen Bogens ($2 \sin \varphi$; φ ist wieder der halbe Winkel des Bogens) als rechte Seite der Gleichung gegeben ist, dann erhält man die Unbekannte der Gleichung einfach als die Sehne des einfachen Bogens — also als Sehne des 45. Teils des gegebenen Bogens ($2 \sin \varphi/45$).

Da in der Aufgabe VAN ROOMENS, was aber nur der mit diesen Rechnungen Vertraute erkannte, die Sehne des Bogens von 24 Grad ($2 \sin 12^\circ$) gegeben war, mußte die Lösung die Sehne des 45. Teils des Bogens von 24 Grad, also die Sehne des Bogens von 32 Winkelminuten sein. (24 Grad sind 1440 Minuten; dividiert durch 45, erhält man 32 Minuten.) Der halbe Winkel ist 16 Minuten. Die Lösung war also $2 \sin 16' = 0,009308389071\dots$ Dies ist die Seite des 15×45 - oder 675-Ecks im Einheitskreis.

Die Gleichung 45. Grades hat natürlich 45 Lösungen, nämlich die Sehnen jener Winkel, die sich um jeweils $360:45=8$ Grad voneinander unterscheiden, also von $16'$ ausgehend $8^\circ 16'$, $16^\circ 16'$, $24^\circ 16'$ usw. bis $352^\circ 16'$. 23 Lösungen, nämlich die im 1. und 2. Kreisquadranten sind, da es sich um einen Sinus handelt, positiv, die restlichen 22 negativ.

Am Ende der Aufgabe heißt es (auf derselben Seite):

Dieses Beispiel sei allen Mathematikern zur Lösung vorgelegt. Ich zweifle nicht, daß LUDOLF VAN COLLEN seine Lösung wenigstens in eingliedrigen Zahlen (in numeris solinomijis) herausfinden wird.

VIÈTE wurde die Aufgabe im Oktober 1594 vorgelegt, als er sich mit König HENRI IV. von Navarra (1553—1610) in dessen Sommerfrische in Fontainebleau aufhielt. Der niederländische Gesandte hatte dem Herrscher das Buch VAN ROOMENS gezeigt und etwas abschätzig geäußert, in Frankreich gäbe es offenbar keinen Mathematiker von großer Bedeutung. (In der Liste der elf Mathematiker VAN ROOMENS befindet sich kein einziger Franzose.) Der König ließ VIÈTE holen, der sofort eine Lösung des Problems VAN ROOMENS angab und

am nächsten Tag 22 weitere, nämlich alle positiven. (Die negativen wurden damals nicht als vollwertig anerkannt und daher von VIÈTE außer Betracht gelassen.)

VIÈTE hatte sich bereits früher, seit etwa 1571, mit Winkelteilungsgleichungen beschäftigt, wie sich auch aus den zwölf Jahre nach seinem Tod, Paris 1615, von ALEXANDER ANDERSON (1582—1620?) herausgegebenen und bewiesenen *Ad Angulares Sectiones Theoremata Katholikotera* (Allgemeine Lehrsätze über Winkelschnitte, nachgedruckt in den *Opera Mathematica* VIÈTES, 1646/1970, Seiten 286—304) ergibt. Er erkannte daher sofort, um welche Art von Gleichung es sich handelte und konnte die Lösungen einer Sinustabelle entnehmen.

Auf Drängen seines Schülers PIERRE ALLEAUME veröffentlichte er dann im Jahr 1595 in Paris *Ad Problema Quod Omnibus Mathematicis Totius Orbis Construendum Proposuit* ADRIANUS ROMANUS *Responsum* (Antwort auf das Problem, das ADRIANUS ROMANUS allen Mathematikern der ganzen Welt zur Lösung vorlegte; nachgedruckt in den *Opera Mathematica*, Seiten 305—324, die 23 Lösungen auf Seite 314). Am Ende stellte VIÈTE seinerseits ein Problem, für dessen Lösung VAN ROOMEN ein Jahr später ebenfalls ein Buch herausgab: *Problema APOLLONIACUM Quo Datis Tribus Circulis, Quaeritur Quartus Eos Contingens* (APOLLONISCHES Problem, bei dem zu drei gegebenen Kreisen ein vierter, diese berührender gesucht wird⁷⁵), Würzburg 1596). Dort erfahren wir von der Lösung VAN CEULENS (Vorwort, Seiten 3 und 4):

So habe ich vor einigen Jahren dem sehr gelehrten und sehr scharfsinnigen Mathematiker LUDOLFUS VAN COLLEN verschiedene algebraische Probleme vorgelegt, die er mir tatsächlich auf das genaueste löste. Deshalb legte ich ihm, sein Wissen bewundernd, ein sehr schwieriges Problem vor, nicht nur ihm, sondern während ich ein einzelnes Beispiel meiner Erfindungen veröffentlichte, rief ich alle Mathematiker zu einem ehrenhaften Wettstreit zur Untersuchung und Bearbeitung meines Problems auf. Nicht vergebens, denn LUDOLFUS stellte mich zufrieden. (Wann dies geschah, ist unbekannt.) Hierauf trat ein ausgezeichnete Mann und wirklicher Mathematiker hervor, den kein Drang nach Ruhm, nach dem die meisten wie verzückt streben, bewegt oder antreibt, nach der Nation ein Franzose, mit Namen FRANCISCUS VIETA, nach seinem Beruf königlicher Rat und Berichterstatter über die Bittschriften am Königshof. Weil dieser kaum duldet, daß ihm der Ruhm von einem Römer (ROMANUS, ein Wortspiel) oder einem Belgier weggeschnappt wird, stellte er mich durch die Herausgabe eines bedeutenden und sehr gelehrten Buches zufrieden, und zwar auf das ausführlichste. LUDOLFUS freilich lieferte mir nur eine Lösung, die VIETA die authentische nennt. VIETA fügte außer der authentischen auch alle Nebenlösungen hinzu. In dieser Sache muß man zu Recht sagen, daß VIETA LUDOLFUS übertroffen hat. Aber wenn wir die Genauigkeit der Hauptlösung betrachten, so liefert sie uns LUDOLFUS weitaus genauer als VIETA. Während sie VIETA als 0,0093.0809 (Druckfehler: sollte sein 0,0093.0839; von VAN ROOMEN als Bruch geschrieben) bestimmt, drückt sie LUDOLFUS mit zwei Zahlen aus, nämlich 0,0093.0838.9071.3223.2482.7845 und 0,0093.0838.9071.3223.2482.7846, deren Unterschied nur eine Einheit im Zähler (die Zahlen sind im Original als Brüche dargestellt) ist, und er sagt, die erste Lösung sei kleiner als die richtige, die zweite aber größer. Und es ist sicher, daß sich die Sache so verhält. In dieser Hinsicht ist LUDOLFUS überlegen⁷⁶). Daher hat jeder sein Lob und jeder kann mit Recht für seine Lösung gerühmt werden. Das ist also der Erfolg dieses Wettstreits, dem sofort ein neuer folgte.

⁷⁵) Das von VIÈTE gestellte „APOLLONISCHE Berührungsproblem“ („Taktionsproblem“) stammt von dem „großen Geometer“ APOLLONIOS von Perge (260?—190? vor Christus) und wurde in dessen verlorengegangenen Werk *Peri Epaphon* (Von den Berührungen, lateinisch: *Tactiones* oder *De Tactionibus*) behandelt, wie PAPPUS von Alexandria (um 320) berichtet.

⁷⁶) VIÈTE ist nicht dieser Meinung. Im APOLLONIUS *Gallus. Seu, Exsuscitata APOLLONII PERGAEI Peri Epaphon Geometria. Ad V. C. (Virum Clarissimum) ADRIANUM ROMANUM Belgam* (Gallischer (das heißt, französischer) APOLLONIUS (womit VIÈTE sich selbst meint), oder die wiedererweckte Geometrie von APOLLONIUS von Perga *Peri Epaphon*, an den sehr berühmten Belgier ADRIANUS ROMANUS, brieflich an diesen 1597, gedruckt Paris

Denn während ich die anderen herausfordere, rufen mich sofort auch diese zum Wettkampf auf. Jeder stellt mir ein Problem, LUDOLFUS zum Beispiel in einem an mich gesandten Brief. Ihm versuchte auch ich durch einen Brief gerecht zu werden.

Auch VAN CEULEN fand seine Lösung auf einfachste Weise: Bei der Lösung einer von VAN ROOMEN empfangenen Aufgabe (9 Gleichungen mit 9 Unbekannten) hat er, wie früher geschildert, auch die Seite des 675-Ecks auf 24 Dezimalstellen berechnet. (Sie steht auf Folio 17 recto der Ausgabe 1596 von *Van den Circkel*.) Von dort mußte er den Wert einfach nehmen.

Es ist aber durchaus möglich, daß VAN CEULEN die Gleichung 45. Grades auch algebraisch — mit Hilfe eines von ihm entwickelten Näherungsverfahren — löste. In Wirklichkeit ist es nämlich keineswegs nötig, alle 23 Glieder zu berücksichtigen, sondern es genügen die ersten acht bis zur 15. Potenz, um die Unbekannte auf 24 Dezimalstellen genau zu ermitteln. Die 17. Potenz von $0,009308\dots$, mit dem Koeffizienten $3,8494\dots \times 10^8$ multipliziert, ergibt nämlich bereits $1,1 \times 10^{-26}$ und die höheren Potenzen sind noch kleiner. ($0,009308\dots$ zur 45. Potenz ist gar $3,975\dots \times 10^{-92}$).

Nach dem Bericht VAN ROOMENS scheinen nur VAN CEULEN und VIÈTE die allen Mathematikern der ganzen Welt vorgelegte Gleichung 45. Grades gelöst zu haben. Wahrscheinlich hat sich außer den beiden und VAN ROOMEN zu dieser Zeit niemand mit Winkelteilungsgleichungen beschäftigt und ohne die diesbezüglichen Kenntnisse hat sich wohl niemand an die schreckerregende Gleichung herangewagt.

Leider berichtet VAN CEULEN weder in *Van den Circkel* noch in den *Fondamenten* von der Gleichung 45. Grades. Vielleicht hätte er das in seiner Algebra getan.

2. DIE VERLORENGEGANGENE ALGEBRA

Daß VAN CEULEN Näherungsverfahren zur Lösung von Gleichungen höheren Grades besessen haben muß, ergibt sich nicht nur aus *Van den Circkel* und aus den zitierten Stellen in VAN ROOMENS *Ideae Mathematicae*, sondern auch aus einer Stelle in den Werken von SIMON STEVIN.

In *L'Arithmetique de SIMON STEVIN de Bruges: Contenant les computations des nombres Arithmetiques ou vulgaires: Aussi l'Algebre, avec les equations de cinc quantitez. Ensemble les quatre premiers livres d'Algebre de DIOPHANTE d'Alexandrie, maintenant premierement traduits en François* (Die Arithmetik von SIMON STEVIN von Brügge, die Berechnungen der arithmetischen oder alltäglichen Zahlen enthaltend. Ebenfalls die Algebra mit den Gleichungen

1600, nachgedruckt in den *Opera Mathematica*, Seiten 325–342, worin VIÈTE zum Unterschied von VAN ROOMEN, der dazu Hyperbeln benutzt, Lösungen des APOLLONISCHEN Problems gibt, bei denen nur Zirkel und Lineal verwendet werden) schreibt er (*Opera*, Seite 338):

Wer die Quadratwurzel aus 2 ziehen will und die Wurzel 1,41421356 (als Bruch geschrieben) liefert, macht das ebenso meisterlich wie der, welcher die Wurzel 1,41421356237309505 liefert. Dieser (letztere) wendet mehr Mühe, aber nicht mehr Kunstfertigkeit auf. Wenn ich also für den Halbmesser des Kreises 100,000,000 Teile annehme, und für den Sinus von 16 Minuten 58,329 Teile liefere (das heißt 0,00058329, was falsch ist; der Sinus von 16 Minuten ist 0,00465419...; die angegebene Zahl ist der Sinus von etwas mehr als 2 Minuten), so stehe ich demjenigen nicht nach, dem riesigere Zahlen gefallen und der den Halbmesser mit tausend mal zehntausend Zehntausendern gerechnet hat. Ich sage vielmehr, daß er tatsächlich Mühe und Zeit vergeudet, weil ich weiß, daß daraus kein Vorteil erwächst. Man muß dagegen die geistige Qual scheuen und die vergebliche Mühe vermeiden. Und daher ist die Parallele, der du dich zugunsten deines LUDOVICUS bedienst, eine übertriebene Konstruktion und dein lauterer Charakter hält mich zurück, daß ich meine Meinung ändere. (†) Jener Rechner, den ich gemeinsam mit dir zu meinen besten Freunden wünsche, ist ungemein scharfsinnig und fachkundig. VIÈTE irrt hier in Bezug auf den Namen LUDOVICUS. Daher stellt der Herausgeber FRANS VAN SCHOOTEN in den *Notae* (Anmerkungen) am Schluß der *Opera Mathematica* VIÈTES (Seite 553) fest:

Anstelle von LUDOVICUS muß man, wie ich glaube, ohne Zweifel LUDOLPHUS à COLLEN lesen, der mit ADRI. ROMANUS ungemein vertraut und durch das Band dieser Wissenschaften freundschaftlich verbunden war. So kann man auch aus den Worten des Autors selbst schließen, wenn er ihn einen ungemein scharfsinnigen und fachkundigen Rechner nennt, den er sich zum besten Freund wünscht.

von fünf Größen. Zusammen mit den ersten vier Büchern der Algebra von DIOPHANT von Alexandrien, jetzt zum ersten Mal ins Französische übersetzt, Leiden 1585, Widmung an den „schr gelehrten und tugendreichen Herrn ICHAN (das ist JAN) CORNETS DE GROOT) heißt es auf Seite 201 unter der Überschrift „Conclusion de ceste oeuvre“ (Abschluß dieses Werks):

Erwartet auch mit mir, und dies binnen kurzem, die mathematischen Werke, die unser sehr vertrauter Meister LUDOLF VAN COLLEN veröffentlichen wird, eine Persönlichkeit (wenn ich nach den Erfahrungen unserer fortwährenden Verbindungen (continuelles communications) in der Algebra, den inkommensurablen Größen, dem Schwerpunkt und anderem ähnlichen Stoff urteilen kann) gewiß so sehr geübt in diesem Fachgebiet, und hauptsächlich in der Algebra, daß seine Werke nicht nur den Lernenden (Anfängern) nützlich sein, sondern auch die Gelehrten zufriedenstellen werden.

Und im *Appendice Algebratique De SIMON STEVIN de Bruges, contenant regle generale de toutes Equations* (Algebraischer Anhang von SIMON STEVIN von Brügge, allgemeine Regel aller Gleichungen enthaltend, ohne Ort, aber Leiden, 1594⁷⁷⁾), das eine Methode zur Auffindung von Näherungslösungen durch geschickt durchgeführte aufeinanderfolgende Versuche enthält, steht in der Anmerkung am Schluß:

Mein besonderer und vertrauter Freund, Meister LUDOLPH VAN COLLEN, hat mir auch gesagt, eine allgemeine Art und Weise (der Lösung) der Gleichungen erfunden zu haben; er hat es sogar tatsächlich durch bestimmte von ihm gelöste Fragen bewiesen. Welche seine Erfindung er versprochen hat, zu veröffentlichen.

Im ersten Teil von DYBVADS EUKLID-Bearbeitung von 1603 heißt es auf Seite 16 ebenfalls:

Algebraische Gleichungen werden durch die Lehrsätze dieses Buches gelöst; aber da dieses nicht im eigentlichen Sinn der rechte Ort dafür ist, haben wir gemeint, deren Analyse zu unterlassen. Der berühmte F. VIETA, ein bis ans Wunderbare gelehrter Mann, hat auf die gelehrteste Weise darüber geschrieben; außerdem werden binnen kurzem die äußerst gelehrten Werke unseres LUDOLPHUS über Algebra herauskommen, der sich in diesem Stoff als wahrer HERKULES erwiesen hat. Ich räume diesen Gelehrten den Vorrang ein.

VAN CEULEN hat selbst an mehreren Stellen seiner Werke eine Algebra aus seiner Hand angekündigt.

In der Vorrede von *Van den Circkel* „an den kunstliebenden Leser“ (wobei hier unter Kunst die Rechenkunst zu verstehen ist) schreibt er am Schluß (8. nichtnummerierte Seite):

Sofern ich Dankbarkeit merke, soll bald nach diesem ein größeres Werk folgen, worin unter anderem von der allerkunstreichsten Regel Cos gehandelt werden wird, mit vielen kunstvollen Beispielen, die mir von vielen Meistern dieser Kunst zur Lösung gesandt wurden, mit der Beantwortung und demjenigen, was daraus gemacht und gefunden ist. Mit noch dem Notwendigsten der vorgenannten Regel Cos, welche ich in Arnheim am Hof von Gelderland anno 1589 durch die Hilfe Gottes auf Grund einer kunstreichen Frage gefunden habe, die von dem hochgelehrten Dr. IOHANNES WILHELMUS VELSUS, Mathematiker und Mediziner, an mich geschickt wurde.

Schon vorher in der Widmung (nichtnummerierte Seite 4) heißt es:

⁷⁷⁾ Das einzige bekannte Exemplar wurde beim Brand der Universitätsbibliothek in Löwen (Belgien) am 25. August 1914 vernichtet. (Die deutschen Truppen hatten Häuser angezündet, aus denen auf sie geschossen worden war, und die Flammen griffen auch auf die Bibliothek über. Sie wurde völlig eingeäschert.)

Eine Beschreibung des wesentlichen Inhalts dieser nur 6 (nach einer anderen Quelle 8) Seiten starken Schrift findet sich in einem Brief von P.-L. (PHILIPPE) GILBERT (1832–1892) an AD. (ADOLPHE JACQUES) QUÉTELET (1796–1874) *Note sur un opuscule peu connu de SIMON STEVIN, de Bruges* (Notiz über ein wenig bekanntes Büchlein von SIMON STEVIN aus Brügge) in *Bulletin de l'Académie royale de Belgique*, 2e série, tome VIII (Brüssel 1859), Seiten 192–197. Der Text ist in anderen Werken STEVINS veröffentlicht und so erhalten geblieben.

... bis daß mein großes Werk ans Licht kommt ... sofern mir Gott Verstand und Leben spart.

Folio 9 recto (Ausgabe 1596; 1615: Folio 17 recto):

Aber Anfänger und Liebhaber sollen in meiner Arithmetica (welche nach diesem <Werk> gedruckt werden soll, so es Gott gefällt, wo ich neben anderem von der allerkunstreichsten Regel Cos schreiben werde, nach meinem kleinen Vermögen) eine Methode durch Practica lernen, wodurch diese und andere künstliche Zahlen mit Lust und wenig Mühe zu finden sind.

Folio 69 verso (1596; 1615: 97 verso; Aufgabe 57):

Das ist eine kunstvolle Frage und vor vielen Jahren von dem sehr erfahrenen DIOPHANTUS gedichtet (erdacht), aber nicht gelöst worden. Es gibt viele Ergebnisse, aber eines zu finden, ist Kunst. Wie ich diese durch Cos gefunden habe, wird in meinem großen Werk gefunden werden.

Folio 72 verso (1596; 1615: 101 verso; nach Aufgabe 100):

Dieses Beispiel wird künstlich (das Wort könnte auch heißen: günstig) durch die Quadrat-Cos aufgelöst, und es ist darum nicht vonnöten, die Beantwortung hierherzusetzen. In meinem großen Werk wird die Art und Weise der Behandlung dieses und ähnlicher (Beispiele) gezeigt werden, sofern mir der allmächtige Gott Verstand und Leben spart.

Fundamenten, Seite 269:

Ich wüßte hier noch vielerlei Bogensehnen mit anderen Stücken zu bringen, aber es eignet sich besser für mein Cos-Buch, wo ich die Erfindungen des hochgelehrten ADRIANUS ROMANUS vorführen werde, durch die man zu den Gleichungen von allhand Seiten von in den Kreis einbeschriebenen gleichseitigen Figuren kommen kann, und mit der Art und Weise, durch welche Methode ich zum Wert von 1 x gekommen bin.

Leider ist das Werk LUDOLPH VAN CEULENS über Algebra zu seinen Lebzeiten nicht erschienen und weder seine Witwe noch SNEL haben es aus seinen hinterlassenen Schriften veröffentlicht; das Manuskript — falls es fertiggestellt war — ist verlorengegangen. Es wäre sicher interessant gewesen, die algebraischen Methoden des genialen Autodidakten kennenzulernen.

Unter anderem hat VAN CEULEN zur Vereinfachung seiner Berechnungen auch eine abgekürzte Division erfunden, „wodurch ich alle Divisionen mit Lust und wenig Arbeit vollbringe“⁷⁸⁾.

Daß wir die algebraischen Methoden VAN CEULENS nicht kennen, ist umso bedauerlicher, weil er im XXII. Kapitel von *Van den Circkel* (1596: Folio 66 verso bis Folio 72 verso; 1615: 93 recto bis 102 recto)

dem Leser hundert Beispiele (Aufgaben) schenkt, die einfach sind, dennoch nicht zweifelnd, daß die richtigen Liebhaber (der Mathematik) darin Lust und Behagen haben werden.

Unter den Problemen sind geometrische und algebraische (darunter quadratische und kubische Gleichungen, oft mit mehreren Unbekannten), vor allem aber 21 Aufgaben nach der Art jener in der *Arithmetik* des DIOPHANTOS von Alexandria (um 250). Fünf stammen von DIOPHANT selbst (aus der *Arithmetik* IV. Buch, Aufgaben 12 und 20, V. Buch, Aufgaben 15, 16 und 17); in allen Fällen gibt VAN CEULEN andere, zum Teil einfachere Lösungen als

⁷⁸⁾ *Van den Circkel*, 1596: Folio 15 recto und verso; 1615: 26 recto und verso. Siehe auch BOSMANS, *Un Émule*, Seiten 111–113.

DIOPHANT. Von wo er die 16 übrigen DIOPHANTischen Aufgaben hat, ob er sie selbst erfand, ist unbekannt. Leider gibt VAN CEULEN immer nur das Ergebnis, aber nie den Lösungsweg an⁷⁹⁾. Diesen hätte man erst aus seiner *Algebra* erfahren.

*

Das Lebenswerk LUDOLPH VAN CEULENS wird wohl am besten durch das zusammengefaßt, was er selbst an das Ende des ersten Teils von *Van den Circkel* stellt (1596: Folio 72 verso; 1615: 102 recto):

Nehmt dies (mein freundlicher lieber Leser und Liebhaber dieser herrlichen Kunst) alles für gut, bis daß mein großes Werk ans Licht kommt, worin ich meinem Landsmann IOHANNES PAGHENHERDT⁸⁰⁾ folgen will, der sein bestes getan hat in seinen Büchern, welche er mit solchen Worten beschließt:

Ich thu das meine, Soo viel mijr God bescheert,
Ein ander thu das seine, Soo wirdt de Const ghemheert.

⁷⁹⁾ Die Aufgabe 57 ist das 16. Problem aus dem V. Buch der *Arithmetik* von DIOPHANT, das schon DYBVAD in seinen Doktoratthesen (aber als 19. Problem des V. Buches) erwähnte. Diese Aufgabe wird auch in zwei Briefen VAN CEULENS an seinen Freund, den Feldmesser NICOLAAS HUYBERTSZOON VAN PERCIJN aus Naarden (nahe Amsterdam) vom 21. März und 1. Mai 1610 behandelt und gelöst. Die Briefe sind abgedruckt in *Twee brieven van LUDOLF VAN CEULEN*, siehe Anmerkung 27.

Auch VAN CEULEN bezeichnet im ersten Brief seine Aufgabe 57 als 19. Frage des fünften Buches DIOPHANTS von Alexandrien — offensichtlich erfolgte die Numerierung der Probleme damals anders als in PAUL TANNERY (1843–1904), DIOPHANTI *Alexandrini Opera Omnia* (Leipzig 1893) und den darauf beruhenden Übersetzungen ARTHUR CZWALINA, *Arithmetik des DIOPHANTOS aus Alexandria* (Göttingen 1952) und THOMAS L. HEATH, *DIOPHANTOS of Alexandria* (Cambridge 1885, 1910, New York 1964).

Interessant ist auch eine Passage des ersten Briefes, aus der sich ergibt, daß sich VAN CEULEN für Auflösungen mathematischer Probleme bezahlen ließ und worin er ebenfalls sein Algebra-Buch ankündigt:

Ich habe die (Frage 57) einem anderen gelehrt, der mich dafür reichlich bezahlt hat, aber er hat sein Versprechen nicht gehalten, das ist, er versprach mir, die (Frage) niemandem lehren zu wollen, so lange mein großes Werk nicht gedruckt sei, worin ich den Liebhabern die vorgenannte Frage gelöst vortragen werde, aber er hat im Gegenteil eine Weile Zeit danach die vorgenannte Frage einem anderen gelehrt, der ihn danach gegen alle Wahrheit rühmte, die Lösung durch sich selbst gefunden zu haben. Was für Arbeit ich hineingesteckt habe, ist Gott bekannt. Dennoch werde ich durch die Liebe und Freundschaft, die ich Euch gegenüber hege, genötigt, Euch zu versprechen, die ganze Operation ohne einzige recompens (Belohnung, Entschädigung) zu schicken.

Im zweiten Brief ist dann die Lösung enthalten.

Von den 100 Aufgaben VAN CEULENS gab LAURENS PRAALDER die ersten 70 Stück (die letzten 30 sind kaufmännischer Natur) im Jahr 1777 heraus: *Verzaaming Van Eenige Opgeloste Zo Bepaalde Als Onbepaalde Mathematische Voorstellen; Eertijds door den vermaarden LUDOLF VAN KEULEN Onder den tytel van Konstige Vraagen, zonder Ontbindingen in't licht gegeven . . .* (Sammlung einiger aufgelöster ebenso bestimmter wie unbestimmter mathematischer Aufgaben, ehemals von dem berühmten LUDOLF VAN KEULEN unter dem Titel *Kunstreiche Fragen ohne Auflösungen* veröffentlicht, Amsterdam 1777). Eine zweite Auflage erschien 1790 in Amsterdam unter dem Titel *LUDOLF VAN KEULEN's Mathematische Voorstellen* (Aufgaben).

⁸⁰⁾ Der Autor hat den Namen IOHANNES PAGHENHERDT (und auch ähnliche Namen) vergeblich in den Katalogen der großen Bibliotheken und in verschiedenen Bibliographien gesucht.

ZEITTADEL

DER WERTE VON π

3. Jhdt.	ARCHIMEDES (96-Eck)	> 3,140845
v. Chr.		< 3,142857
1559	BUTÉON (160-Eck?)	> 3,141333 < 3,141985
1573	OTHO: 355/113	3,141593
1574	CLAVIUS (10 800-Eck; Sinus)	3,141720
1579	VIÈTE (393 216-Eck)	9 richtige D.
1579	VIÈTE (Näherungskonstruktion)	3,141641
1584	VAN DER EYCKE: $(39/22)^2$	3,142562
1585	VAN CEULEN (192-Eck)	< 3,142504
1586	VAN DER EYCKE: R. R. 320.—8	3,144606
1586	VAN CEULEN (384-Eck)	> 3,141558 < 3,141663
1588	REYMERS (VON VAN DER EYCKE 1586)	3,144606
1593	VAN ROOMEN (251,66-Millionen-Eck)	15 richtige D.
1594	SCALIGER: $\sqrt{10}$	3,162278
1596	VAN CEULEN (32,2-Milliarden-Eck)	20 richtige D.
1603	BEYER (21 600-Eck; Sinus)	3,141720
1603	VAN CEULEN (in DYBVAD)	31 richtige D.
1611	VAN CEULEN (Grabstein; 4,6-Trillionen-Eck)	35 richtige D.
1615	VAN CEULEN	32 richtige D.
1619	BEYER (VON VAN CEULEN)	11 richtige D. benutzt
1621	SNEL (1,07-Milliarden-Eck)	34 richtige D.
1621	VAN CEULEN (in SNEL; 4,6-Trillionen-Eck)	35 richtige D.
1630	GRIENBERGER (Methode SNEL)	38 richtige D.
1706	MACHIN (JONES; Arcustangensreihe)	100 richtige D.
1967	GUILLOUD, DICHAMPT (Computer)	500 000 richtige D.

Die letzten Dezimalstellen der Zahlenwerte für π sind alle gerundet. Der richtige Wert ist (gerundet) 3,141593.