Ruzie met Van Ceulen

[Gijs Langenkamp, Wiggert Loonstra]

In 2010 is het 400 jaar geleden dat Ludolph van Ceulen overleed. Om verschillende redenen is het mooi om daar aandacht aan te besteden. Van Ceulen was een verwoed rekenaar die steevast 'met lust ende arbeyt' verder rekende waar anderen stopten. Doordat hij niet academisch geschoold was, nam hij niet altijd de meest voor de hand liggende weg; wel bedreef hij wiskunde van internationaal niveau. Er zijn inderdaad verschillende redenen waarom we van mening zijn dat Van Ceulen en zijn werk de moeite waard zijn om een serie artikelen aan te wijden. Zijn werk ademt steeds een werklustige frisheid, zijn wiskunde is vaak mooi en boeiend, en dat maakt het tot heel interessant materiaal om met leerlingen aan te werken. Het kijken naar de problemen waarmee wiskundigen in zijn tijd worstelden, geeft een verdieping aan de schoolwiskunde van nu. Daar komt nog bij dat Van Ceulen interessante, soms zelfs spetterende, relaties met zijn omgeving had en daardoor leren we dan weer iets over de tijd waarin hij leefde.
Al met al dus genoeg reden om u acht (nu nog zeven) nummers lang te trakteren op Van Ceulen-verhalen, geschreven door diverse specialisten.

Herkent u het volgende? Een leerling komt na het teruggeven van de repetitie naar u toe om te vertellen dat een bepaalde som toch echt wel goed opgelost was. Rustig legt u uit dat hij of zij wel degelijk een fout heeft gemaakt en het aantal punten voor de opgave dus ongewijzigd blijft. De leerling, niet in staat uw antwoord volledig te doorzien, zet nog een nieuwe poging in. De sfeer wordt enigszins gespannen. Het meningsverschil dreigt uit te groeien tot een uitbarsting van de leerling. Maar dan gaat de bel, de pauze begint en het cijfer van wiskunde blijkt ineens oneindig veel minder belangrijk dan die vijftien vrije minuten. Verbaasd over deze plotselinge omslag, maar eigenlijk ook wel opgelucht, verlaat u het lokaal op weg naar de personeelskamer.

In deze tweede bijdrage van een serie artikelen over Ludolph van Ceulen gaat het over ruzie. Uitgedaagd door een probleem dat opgesteld is door rekenmeester Willem Goudaen, raken de collega's Van Ceulen en Goudaen verwikkeld in een conflict. Het is hierbij overigens de vraag of de benaming rekenmeester voor Goudaen terecht is; iets wat u aan het einde van het artikel zelf mag bepalen. We beschrijven eerst de ruzie en nemen u vervolgens mee naar het vraagstuk waar het allemaal om draaide. Hopelijk voelt u zich uitgedaagd een oplossing te vinden, al dan niet voor een 'kanne wijn'.

Willem Goudaen
In het vorige artikel (zie [5]) is uitgebreid stilgestaan bij de persoon en het leven van Ludolph van Ceulen. Over Willem Goudaen, de rekenaar met wie we in dit artikel kennis maken, is helaas maar weinig bekend. Hij heeft gewoond in Haarlem en leefde in elk geval rond de periode 1580-1583. Hij heeft zich tijdens zijn leven onder meer bezig gehouden met wiskunde. Goudaen is bekend of berucht geworden door problemen op te stellen en andere mensen uit te dagen deze op te lossen. Door het niet accepteren van (correcte) oplossingen, ontstonden interessante ruzies.

De ruzie
Ludolf van Ceulen schrijft in zijn boekje *Solutie ende Werckinghe op twee geometrische vraghen* (1584; zie [2]) over de ruzie die hij gehad heeft met Willem Goudaen. Hieronder volgt een samenvatting. De citaten zijn afkomstig uit het genoemde boek van Van Ceulen.
Op 21 juni 1583 gaat Ludolf van Ceulen naar Haarlem om een opgave op te zoeken die Willem Goudaen daar aan een kerkdeur heeft vastgespijkerd. Het antwoord kan bij Goudaen ingeleverd worden en moet dan binnen zijn vóór 27 juni van dat jaar, omdat Goudaen op 1 juli een openbare les zal geven waarin hij de opgave zal uitleggen. Als Van Ceulen bij de bewuste deur aankomt, blijkt de opgave verdwenen. Na enig aandringen bij Goudaen, die zegt dat hij eigenlijk te laat is, krijgt Van Ceulen het probleem toch te zien. De volgende dag al biedt hij de oplossing aan Goudaen aan. Deze wil het antwoord echter niet in ontvangst nemen en wederom krijgt Van Ceulen te horen dat hij te laat is. Als reactie daarop gaat Van Ceulen naar de kerkdeur waar hij al eerder is geweest. Hij spijkert de opgave tezamen met zijn oplossing op de deur. Daarbij geeft Van Ceulen op zijn beurt Goudaen een vraagstuk, zodat deze ook wat te rekenen heeft. Daarna vertrekt Van Ceulen weer naar Delft. Goudaen reageert op bovenstaande door een 'lasterlijk schrift' op te stellen waarin hij beweert dat Van Ceulen de oplossing niet gevonden heeft.
We staan even stil bij een belangrijk detail. Van Ceulen noemt in zijn tekst namelijk later nog een tweede opgave die in 1583 'aengheslaghen' is door Goudaen, waar hij bij vermeldt 'hoe wel nochtans niet zijn [i.e. Goudaens] inventie'. Deze tweede opgave waarmee Goudaen pronkte, was helemaal niet door Goudaen zelf opgesteld! Een andere rekenmeester, Nicolaus Petri, was eerder de uitdaging met Goudaen aangegaan en kreeg hetzelfde eerste probleem voorgelegd. Als reactie gaf Petri naast een correcte oplossing van het eerste probleem, een eigen opgave aan Goudaen. Deze tweede opgave die Goudaen (ook) aan de kerkdeur nagelde, is opgesteld door Petri om juist Goudaen mee uit te dagen. Er is dus sprake van plagiaat! Zie ook [4].
We vervolgen nu weer de gebeurtenissen van 1583, waarna we het eerste probleem (wel van Goudaen zelf dus) bespreken.

Het wordt 1 juli en Van Ceulen gaat weer naar Haarlem om bij de les die Goudaen gaat geven, aanwezig te zijn. Daarvoor moet overigens wel 'leergelt' van honderd daalders, of tenminste honderd guldens, betaald worden.
In de vergadering laat Goudaen weten, zo blijkt uit het verslag van Van Ceulen, dat niemand het probleem op heeft kunnen lossen. Bovendien beweert Goudaen dat iemand heeft geprobeerd zijn werk te beletten. Volgens de weergave van Van Ceulen zijn deze beide zaken onwaar. Van Ceulen reageert dan ook fel:

Dese ende meer andere belachlijcke beuselinghen in mijn presentie ghelesen antwoorde ick: Willem Goudaen om alle dese voorghelesen articulen te beantwoorden souden my wapenen ghebreken doch ist noodeloos dewijle my die ten minsten deel niet aen en gaen ben oock daerom niet hier gecomen: maer alleenlick om te hooren ende sien met wat bewijsredenen ghy mijn solutie op d'aengheslaghen vraghe sult willen wederlegghen welcke mijne solutie oock zylcx is dat ick die niet besloten en behoeve over te geven maer vry voor alle verstandighe opentlijck mach ghetoont werden: hebbe hem hier mede de solutie mitsgaders het werck waer door d'selve was voortcomende gepresenteert: maer Willem Goudaen voor hem neder siende en niet een woort sprekende scheen wel op die tijt verslaghen ende met geen bewijsredenen teghen mijn solutie voorsien te zijne.

Van Ceulen presenteert vervolgens zijn oplossing. Goudaen reageert terneergeslagen. Van Ceulen uit zijn verbazing: U zou mijn oplossing toch weerleggen? Van Ceulen krijgt de gelegenheid zijn oplossing alsnog in te leveren, maar gaat met deze gang van zaken niet akkoord. Hij besluit met de conclusie dat Goudaen zijn bezwaren niet vol kan houden. Hij wil dan ook dat deze zijn lasterlijk schrift terugneemt. De zaak lijkt nu wél beslecht. Van Ceulen krijgt een biertje aangeboden van Goudaen; later geven ze elkaar de hand en Van Ceulen vertrekt.
Na verloop van tijd verschijnt er echter een nieuwe publicatie van Goudaen, *Openbare Presentatie*. Deze tekst is helaas verloren gegaan, evenals het eerder genoemde lasterlijk schrift. Blijkens het verslag van Van Ceulen wordt in de door Goudaen geschreven publicatie Van Ceulen zwart gemaakt, zonder dat er op de wiskunde ingegaan wordt. Goudaen weerlegt Van Ceulens oplossing niet, maar geeft ook geen geldige eigen oplossing. Hij speelt op de man in plaats van dat hij het probleem bespreekt.
Dit laatste is, natuurlijk samen met het voorgaande, reden voor Van Ceulen om in een boekje de hele gang van zaken op te schrijven en iedereen die maar wil, te laten weten hoe de vork nu echt, althans volgens Van Ceulen, in de steel zit. Hij besluit zijn verslag van de ruzie met de volgende tekst, een passage die de sfeer van Van Ceulens tekst mooi weergeeft.

(...) my ghenoeghen laten dat ick die Solutie zijner voorsz. vraghen (die hy soo hooch ja bijcans ondoenlijck acht nochtans gheringh zijn) werckelijck (...) al de werelt voor ooghen stelle bereet zijnde tselve den onverstandigen t'onderrichten ende teghen alle wedersprekers in presentie van alle der const verstandighe (wiens oordeel ic my gaerne onderwerpe) te verdadighen. Hier by voeghende twee by my gheproponeerde exemplen daer ic Willem Goudaen (in plaetse van weer lasterens) mede vereere.

Het vraagstuk

We hebben gezien dat de ruzie tussen Van Ceulen en Goudaen gaat over twee vraagstukken die Goudaen op de kerkdeur spijkerde. We behandelen alleen het eerste vraagstuk, waarbij we opmerken dat het tweede vraagstuk een soortgelijke opgave is.

Eerste vraagstuk van Goudaen – Gegeven is de veelhoek ***in figuur 1*** op pag. 140. Opdracht is om de lengte van zijde AE te vinden. In de figuur staan lijnstukken AE en BC loodrecht op lijnstuk DC en staat lijnstuk FB loodrecht op lijnstuk AE.

Van Ceulen heeft op twee manieren de opgave opgelost. Hieronder volgt de oplossing van Van Ceulen die hij een oplossing met Cos' noemde. Waarbij we wel moeten opmerken dat de onderstaande oplossing een vrije vertaling is naar hedendaagse wiskunde. Het woord Cos' is een verbastering van het Italiaanse woord Cosa, dat *Ding* betekent. Het Ding is datgene wat je wilt vinden waarvan je doet alsof je het al hebt. Italiaanse wiskundigen hebben dit idee overgenomen van Islamitische wiskundigen. Tegenwoordig gebruiken we hier een letter voor, bijvoorbeeld x. Dus we hebben het hier over algebra. Toentertijd heette algebra nog niet algebra, maar de regel Cos. Onze notatie x en machten van x dateert van 1637 toen Descartes' *La Geometrie* verscheen.

Voordat we de oplossing geven hebben we het volgende resultaat nodig; het is Propositie 13 van het tweede boek van Euclides, *Elementen* II-13:
Laat driehoek ABC een driehoek zijn met alleen maar scherpe hoeken (***zie figuur 2***), dan geldt:
$AC^2 = AB^2 + CB^2 - 2\cdot CB\cdot BD$
Als we hoek ABC α noemen, dan hebben we $BD = AB\cdot\cos\alpha$. We krijgen nu:
$AC^2 = AB^2 + CB^2 - 2\cdot CB\cdot AB\cdot\cos\alpha$
Deze uitdrukking kennen we als de *cosinusregel*.

Bewijs. We zien na enig rekenwerk dat:
$$BC^2 + BD^2 = 2BC\cdot BD + (BC - BD)^2 = \\ = 2BC\cdot BD + DC^2$$
Tellen we hier AD^2 bij op, dan krijgen we:
$BC^2 + BD^2 + AD^2 = 2BC\cdot BD + DC^2 + AD^2$
Met 'Pythagoras' in driehoek CAD zien we dat:
$BC^2 + AB^2 + AD^2 = 2BC\cdot BD + DC^2 + AC^2 - DC^2$
En hieruit volgt dat:
$BC^2 + AB^2 - 2BC\cdot BD = AC^2$ ♦

Oplossing van Goudaens eerste vraagstuk – Schrijf $AE = x$. Nu hebben we $FA = x - 5$, en als we 'Pythagoras' toepassen in de driehoeken AFB en AEC, zien we dat:
$FB = \sqrt{-x^2 + 10x + 39}$ en $AC = \sqrt{10x + 39}$
Gebruik nu Propositie 13 in driehoek CAD.
We zien dan:
$12^2 = 10x + 39 + 16^2 - 2\cdot EC\cdot 16$
Nu kunnen we EC uitdrukken in x:
$EC = \frac{151+10x}{32}$
Er geldt dat $FB = EC$, maar we zagen al dat $FB = \sqrt{-x^2 + 10x + 39}$. We hebben dus de volgende vergelijking:
$\sqrt{-x^2 + 10 + 39} = \frac{151+10x}{32}$
Door links en rechts van het gelijkteken te kwadrateren en alle termen naar links te brengen krijgen we de volgende tweedegraads vergelijking:
$-1124x^2 + 7220x + 17135 = 0$
Omdat x groter dan 0 moet zijn, krijgen we:
$x = \frac{7220+\sqrt{129167360}}{2248} = 3\frac{119}{562} + \sqrt{25\frac{44215}{78961}}$ ♦
Volgens Van Ceulen beweerde Goudaen dat de oppervlakte (toentertijd werd dit inhoud genoemd) van figuur 1 niet uitgerekend kan worden zonder dat AE bekend is. Dat dit niet waar is, laat Van Ceulen met een tegenvoorbeeld zien.

We dagen de lezer uit om te laten zien dat inderdaad de oppervlakte uitgerekend kan worden zonder dat AE bekend is.

figuur 1 Het eerste vraagstuk van Goudaen

figuur 2 Driehoek ABC met hulplijnstuk AD dat loodrecht staat op BC

Beschouwing

Van Ceulen heeft op twee correcte manieren het eerste vraagstuk van Goudaen opgelost; ook heeft hij op twee correcte manieren het tweede vraagstuk van Goudaen opgelost. Maar zoals we gelezen hebben accepteerde Goudaen de oplossingen niet. Nicolaus Petri gaf ook correcte oplossingen voor de opgaven en ook deze accepteerde Goudaen niet, wat een ruzie tot gevolg had. We zagen zelfs dat Petri de maker is van de tweede opgave! Het was juist Petri die Goudaen uitdaagde om hiervoor een oplossing te vinden. De ruzie tussen Goudaen en Petri heeft dan ook vóór de ruzie tussen Goudaen en Van Ceulen plaatsgevonden. Het lijkt erop dat in beide gevallen de zaak werd uitgepraat, maar in het boekje *Generale Presentatie* of *Openbare Presentatie* (Petri en Van Ceulen noemen afwijkende titels, maar we mogen er van uit gaan dat dit om hetzelfde boekje gaat; zie ook [1], p. 28) haalt Goudaen hard naar hen uit. We hebben gezien dat Van Ceulen een uitgebreid verslag over dit voorval heeft geschreven, maar ook Petri kon dit niet langs zich heen laten gaan en heeft ook een uitgebreid weerwoord geschreven; zie [4]. Gezien de verslagen die beide personen geven, bekruipt ons het gevoel dat Goudaen weinig goeds in zich had.

We moeten er echter voor waken deze conclusie te voorbarig te trekken. Helaas is de *Openbare Presentatie* verloren gegaan. Dit betekent dat we geen enkel weerwoord van Goudaen zelf hebben om de bevindingen van Van Ceulen en Petri mee te vergelijken. Door de manier waarop zij hun teksten presenteren, worden we door hen doelbewust op een bepaald spoor gezet. In de slotpassage van het verslag van Van Ceulen over de ruzie zegt hij bijvoorbeeld dat hij met zijn oplossing Goudaen juist wil vereren, in plaats van lasteren. We horen duidelijk de sarcastische ondertoon.

We moeten ons dus realiseren dat we alles dat we over deze ruzie weten, zien door de bril van de benadeelde partij(en). Desalniettemin valt wel op dat we twee min of meer onafhankelijke verslagen hebben, waaruit blijkt dat Goudaen onterecht oplossingen van twee vraagstukken weigerde goed te keuren, en wel op zo'n manier dat zowel Petri als Van Ceulen ruzie kregen met Goudaen. Hierdoor zijn wij geneigd om de opvattingen van Van Ceulen als (grotendeels) waar aan te nemen. Er zijn geen concrete aanleidingen of bronnen die ons hier direct van weerhouden, maar we moeten ons er bewust van blijven door wiens bril we kijken. En zo biedt deze ruzie na meer dan vierhonderd jaar nog steeds een interessante kijk op de praktijk van de rekenmeesters aan het einde van de zestiende eeuw.

Hoe lang weerklinken de woorden nog door naar aanleiding van de wiskunderepetitie? De leerling pakt zijn spullen, de pauze is voorbij. Op naar de volgende les.

Referenties

[1] C.P. Burger (jr) (1908): *Amsterdamsche Rekenmeesters en Zeevaartkundigen in de Zestiende Eeuw*. Amsterdam: C.L. Van Langenhuysen.

[2] L. van Ceulen(1584): *Solutie ende Werckinghe op twee geometrische vraghen*. Amstelredam: Cornelis Claesz.

[3] Sir Thomas L. Heath (1956): *Euclid / The Thirteen Books of the Elements*. New York: Dover Publications. Uitgegeven in drie delen; de gebruikte uitgave is de tweede herziene editie.

[4] N. Petri (1584): *Vanden twee Geometrische vraeghen*. Amstelredam: Cornelis Claesz.

[5] Steven Wepster (2009): *Ludolph van Ceulen 1540-1610 / In de ban van de cirkel*. In: *Euclides* 85-3; pp. 98-100.

[6] Zie ook « *http://bc.ub.leidenuniv.nl/bc/tentoonstelling/pi* »

Over de auteurs

Gijs Langenkamp is afgestudeerd in de wiskunde en heeft de lerarenopleiding wiskunde gedaan. Hij is werkzaam als docent wiskunde op een middelbare school.
E-mailadres: *gijslangenkamp@hotmail.com*
Wiggert Loonstra heeft wiskunde gestudeerd en vorig jaar zijn onderwijsmaster afgerond. Op dit moment is hij werkzaam als software-ontwikkelaar.
E-mailadres: *wiggertloonstra@gmail.com*